

SEVEN

PUBLICAÇÕES ACADÊMICAS
2025

LABORATÓRIO DE ENSINO DE MATEMÁTICA

IDEIAS E PRÁTICAS DOS MATERIAIS DIDÁTICOS



Daniela Fernanda Jahn
Denis Rogério Sanches Alves
Luciana Paula Vieira de Castro

EDITORA CHEFE

Prof^o Me. Isabele de Souza Carvalho

EDITOR EXECUTIVO

Nathan Albano Valente

AUTORES DO LIVRO

Daniela Fernanda Jahn

Denis Rogério Sanches Alves

Luciana Paula Vieira de Castro

2025 by Seven Editora

Copyright © Seven Editora

Copyright do Texto © 2025 Os Autores

Copyright da Edição © 2025 Seven Editora

PRODUÇÃO EDITORIAL

Seven Publicações Ltda

EDIÇÃO DE ARTE

Alan Ferreira de Moraes

EDIÇÃO DE TEXTO

Natan Bones Petitembert

BIBLIOTECÁRIA

Bruna Heller

IMAGENS DE CAPA

Adobe Stock

O conteúdo do texto e seus dados em sua forma, correção e confiabilidade são de responsabilidade exclusiva dos autores, inclusive não representam necessariamente a posição oficial da Seven Publicações Ltda. Permitido o download da obra e o compartilhamento desde que sejam atribuídos créditos aos autores, mas sem a possibilidade de alterá-la de nenhuma forma ou utilizá-la para fins comerciais.

Todos os manuscritos foram previamente submetidos à avaliação cega pelos pares, membros do Conselho Editorial desta Editora, tendo sido aprovados para a publicação com base em critérios de neutralidade e imparcialidade acadêmica.

A Seven Publicações Ltda é comprometida em garantir a integridade editorial em todas as etapas do processo de publicação, evitando plágio, dados ou resultados fraudulentos e impedindo que interesses financeiros comprometam os padrões éticos da publicação.

Situações suspeitas de má conduta científica serão investigadas sob o mais alto padrão de rigor acadêmico e ético.



O conteúdo deste Livro foi enviado pelos autores para publicação de acesso aberto, sob os termos e condições da Licença de Atribuição Creative Commons 4.0 Internacional

**Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
(Câmara Brasileira do Livro, SP, Brasil)**

J25I

Jahn, Daniela Fernanda.

Laboratório de Ensino de Matemática [recurso eletrônico] :
Ideias e Práticas dos Materiais Didáticos / Daniela Fernanda
Jahn, Denis Rogério Sanches Alves, Luciana Paula Vieira de
Castro. – São José dos Pinhais, PR: Editora Seven, 2025.

Dados eletrônicos (1 PDF).

ISBN 978-65-6109-207-4

1. Matemática. 2. Ensino. 3. Professores – prática. I. Alves,
Denis Rogério Sanches. II. Castro, Luciana Paula Vieira de. III.
Título.

CDU 51:37

Bruna Heller - Bibliotecária - CRB10/2348

Índices para catálogo sistemático:

CDU: Matemática 51

CDU: Ensino 37

DOI: 10.56238/livrosindi202536-001

Seven Publicações Ltda
CNPJ: 43.789.355/0001-14
editora@sevenevents.com.br
São José dos Pinhais/PR

CORPO EDITORIAL

EDITORA-CHEFE

Prof. Me. Isabele de Souza Carvalho

CORPO EDITORIAL

Adriana Barni Truccolo – Universidade Estadual do Rio Grande do Sul

Adriana Barretta Almeida – Universidade Federal do Paraná

Alessandre Gomes de Lima – Faculdade de Medicina da Universidade do Porto

Anderson Nunes da Silva – Universidade Federal do Tocantins – Campus Tocantinópolis

Antonio da Costa Cardoso Neto – Universidad de Flores – Buenos Aires

Antônio Alves de Fontes-Júnior – Universidade Cruzeiro do Sul

Ariane Fernandes da Conceição – Universidade Federal do Triângulo Mineiro

Arnaldo Oliveira Souza Júnior – Universidade Federal do Piauí – CEAD (Centro de Educação Aberta e a Distância)

Caio Vinicius Efigenio Formiga – Pontifícia Universidade Católica de Goiás

Charles Henrique Andrade de Oliveira – Universidade de Pernambuco

Egas José Armando – Universidade Eduardo Mondlane (Moçambique)

Inaldo Kley do Nascimento Moraes – Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia

Irlane Maia de Oliveira – Universidade Federal de Mato Grosso

Janyel Trevisol – Universidade Federal de Santa Maria

Jorge Fernando Silva de Menezes – Universidade de Aveiro

Jorge Luís Pereira Cavalcante – Fundación Universitaria Iberoamericana (FUNIBER)

Kleber Farinazo Borges – Universidade de Brasília

Luiz Gonzaga Lapa Junior – Universidade de Brasília

Mara Lucia da Silva Ribeiro – Universidade Federal de São Paulo

Marcelo Silva de Carvalho – Universidade Federal de Alfenas

Marcos Garcia Costa Morais – Universidade Estadual da Paraíba

Maria Gorete Valus – Universidade Estadual de Campinas

Mônica Maria de Almeida Brainer – Instituto Federal de Goiás – Campus Ceres

Moacir Silva de Castro – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo

Paulo Roberto Duailibe Monteiro – Universidade Federal Fluminense

Pedro Henrique Ferreira Marçal – Universidade Vale do Rio Doce

Rafael Braga Esteves – Universidade de São Paulo

Telma Regina Stroparo – Universidade Estadual de Ponta Grossa

Valéria Raquel Alcantara Barbosa – Fundação Oswaldo Cruz (Fiocruz)

Wanderson Santos de Farias – Universidade do Desenvolvimento Sustentável

Yuni Saputri M.A – Nalanda University

DECLARAÇÃO DO(A) AUTOR(A)

O(a) autor(a) deste trabalho DECLARA, para os seguintes fins, que:

Não possui nenhum interesse comercial que gere conflito de interesse em relação ao conteúdo publicado;

Declara ter participado ativamente da construção dos respectivos manuscritos, preferencialmente nas seguintes condições: "a) Desenho do estudo, e/ou aquisição de dados, e/ou análise e interpretação dos dados; b) Elaboração do artigo ou revisão para tornar o material intelectualmente relevante; c) Aprovação final do manuscrito para submissão";

Certifica que o texto publicado está completamente livre de dados e/ou resultados fraudulentos e defeitos de autoria;

Confirma a citação correta e referência de todos os dados e interpretações de dados de outras pesquisas;

Reconhece ter informado todas as fontes de financiamento recebidas para realizar a pesquisa;

Autoriza a edição do trabalho, incluindo registros de catálogo, ISBN, DOI e outros indexadores, design visual e criação de capa, layout interno, bem como seu lançamento e divulgação de acordo com os critérios da Editora Impacto.

DECLARAÇÃO DA EDITORA

A Editora Impacto DECLARA, para fins de direitos, deveres e quaisquer significados metodológicos ou legais, que:

Esta publicação constitui apenas uma transferência temporária de direitos autorais, constituindo um direito à publicação e reprodução dos materiais. A Editora não é co-responsável pela criação dos manuscritos publicados, nos termos estabelecidos na Lei de Direitos Autorais (Lei 9610/98), no art. 184 do Código Penal e no art. 927 do Código Civil; O(s) autor(es) é(são) exclusivamente responsável(eis) por verificar tais questões de direitos autorais e outros, isentando a Editora de quaisquer danos civis, administrativos e criminais que possam surgir.

Autoriza a **DIVULGAÇÃO DO TRABALHO** pelo(s) autor(es) em palestras, cursos, eventos, shows, mídia e televisão, desde que haja o devido reconhecimento da autoria e edição e sem qualquer finalidade comercial, com a apresentação dos devidos **CRÉDITOS** à EDITORA IMPACTO, sendo o(s) autor(es) e editora(es) responsáveis pela omissão/exclusão dessas informações;

Todos os e-books são de acesso aberto, portanto, não os venda em seu site, sites parceiros, plataformas de comércio eletrônico ou qualquer outro meio virtual ou físico. Portanto, está isento de transferências de direitos autorais para autores, uma vez que o formato não gera outros direitos além dos fins didáticos e publicitários da obra, que pode ser consultada a qualquer momento.

Todos os membros do conselho editorial são doutores e vinculados a instituições públicas de ensino superior, conforme recomendado pela CAPES para obtenção do Qualis livro;

A Editora Impacto não atribui, vende ou autoriza o uso dos nomes e e-mails dos autores, bem como de quaisquer outros dados deles, para qualquer finalidade que não seja a divulgação desta obra, de acordo com o Marco Civil da Internet, a Lei Geral de Proteção de Dados e a Constituição da República Federativa.

DEDICATÓRIA

Eu, Daniela Fernanda Jahn, dedico esta obra a minha família por sempre me apoiar e ser minha base, aos meus pais, minha irmã, a Deus por ter me abençoado, ao meu namorado, as minhas amigas, que sempre me incentivaram, a todos que de alguma forma estiver envolvido no processo da elaboração deste trabalho.

A estes dedico este trabalho, pois confiaram em mim.

Eu, Denis Rogério Sanches Alves, dedico esta obra a minha esposa Elisa Andreia e minha filha Angelina e ao meu filho Bento que me deram apoio e foram compreensivos durante o período dedicado a essa obra.

Aos meus pais, Zé Miguel e Zoraide por todo o amor, carinho, confiança e incentivo.

Eu, Luciana Paula Vieira de Castro, dedico esta obra aos meus filhos, Lázaro e Heloísa, aos demais familiares, especialmente ao Jorge e minha mãe e minha tia Gilda, que até hoje não foi alfabetizada, mas matematicamente pela vida já o é.

Dedico ainda aos meus avós *in memoriam*.

AGRADECIMENTOS

Eu, **Daniela Fernanda Jahn**, quero agradecer a Deus por ter concedido esta oportunidade, e me guiado por este caminho, sem ele nada disso seria possível.

Gostaria de agradecer a minha família que nunca mediu esforços para me ajudar no que fosse necessário, aos meus pais que deram a base para ser quem eu sou, a minha irmã por sempre me apoiar em todas as horas, ao meu companheiro que me incentivou a nunca desistir e sempre ser a minha melhor versão.

Aos meus amigos que ao longo da jornada compartilharam momentos de alegria e tristeza, tornando tudo mais leve.

Agradecer aos meus mestres que ofereceram todo o ensino necessário até aqui.

E a todos que de alguma forma fizeram parte desta trajetória.

Grata a tudo e a todos.

Eu, **Denis Rogério Sanches Alves**, quero agradecer à Elisa Andréia, esposa, amiga e companheira, minha filha Angelina e ao meu filho Bento, pelo amor e paciência e compreensão nos momentos de aflição. Por me acompanhar nessa caminhada.

A Deus, pelo dom da vida, por me ajudar nos momentos de dificuldades da pesquisa, dando-me coragem e perseverança para seguir em frente.

À minha família, pela confiança, motivação, acompanhamento e vibração.

Enfim, a todos que de uma forma ou outra fizeram parte da minha história de vida, deixando contribuições para a realização deste trabalho.

Eu, **Luciana Paula Vieira de Castro**, quero agradecer aos demais autores pela gentileza do convite para a produção desta obra.

Ao colégio no qual foi realizada a pesquisa pela abertura e espaço para a coleta dos dados, que tanto contribuíram para a pesquisa.

A Universidade Federal do Paraná (UFPR), pela abertura para realização de pesquisas diversas.

A todos os pesquisadores, especialmente aos vinculados à área da educação matemática e particularmente aos que nos sucederam e puderam contribuir com a produção do conhecimento que subsidia esta obra.

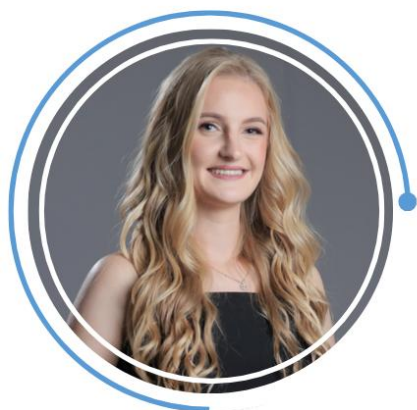
Aos legisladores de nosso país, por permitir que se faça pesquisa científica e que haja novas proposituras a partir destas, ainda que tais pesquisas sejam realizadas em instituições de ensino (IE) públicas.

A Deus pelo fortalecimento constante e apresentação de estratégias diante dos mais variados e inesperados desafios.

A minha família, representada pelos meus pais, Luci, Paulo e meu irmão Franklin pelo apoio e amor.


Aos meus filhos Heloísa e Lázaro, pela paciência, parceria e compreensão pelas ausências vindas de uma mãe solo que precisa se dedicar muito para ter bons resultados.


AUTORES DO LIVRO



Daniela Fernanda Jahn

Licenciatura em Ciências Exatas, Universidade Federal do Paraná (UFPR), Palotina, Paraná, Brasil.

 ORCID iD: <https://orcid.org/0009-0003-4147-4077>


 Lattes: <https://lattes.cnpq.br/3130460234408156>



Denis Rogério Sanches Alves

Pós-Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática (UEL). Doutor em Recursos Pesqueiros e Engenharia de Pesca (UNIOESTE). Docente Adjunto do Departamento de Engenharia e Exatas e Docente Permanente do Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências, Educação Matemática e Tecnologias Educativas (PPGECEMTE) da Universidade Federal do Paraná (UFPR), Palotina, Paraná, Brasil.

 ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0002-6576-1770>

 Lattes: <https://lattes.cnpq.br/0736068441083387>



Luciana Paula Vieira de Castro

Pós-Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática (UNIOESTE). Doutorado no Ensino de Ciências e Educação Matemática (UeL). Mestrado em Educação (UNIOESTE). Especialização no Ensino de Ciências e Educação Matemática (UNIOESTE). Docente Adjunta do Departamento de Educação, Ensino e Ciências da Universidade Federal do Paraná (UFPR), Palotina, Paraná, Brasil.

 ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0003-3344-2924>

 Lattes: <http://buscatextual.cnpq.br/buscatextual/visualizacv.do?id=K4233210J3>

APRESENTAÇÃO

Prezado leitor, a sugestão que gostaríamos de apresentar nesse livro é o uso do Laboratório de Ensino de Matemática (LEM) presentes em muitas escolas como uma ferramenta facilitadora de trabalho dos conteúdos de Matemática em sala de aula pelos professores. Lorenzato (2006, p. 07) afirma que o Laboratório de Matemática “pode tornar o trabalho altamente gratificante para o professor e a aprendizagem compreensiva e agradável para o aluno”.

Assim, a finalidade desse livro é apresentar sugestões dos Materiais Didáticos (MD) do Laboratório de Ensino de Matemática para que os professores e interessados possam construir relações entre os conceitos de Matemática atribuídos em sala de aula e os MD presentes no laboratório.

O produto da elaboração e construção dessa obra surgiu a partir de discussões de atividades relacionadas ao aprendizado de Educação Não Formal como mediador para a aprendizagem de conteúdos de Matemática junto a um Trabalho de Conclusão de Curso. O objetivo foi desafiador devido à complexidade da junção da teoria, a prática e parte lúdica, facilitando o entendimento do aluno. A junção do Trabalho de Conclusão de Curso, Laboratório de Ensino de Matemática e os Materiais Didáticos disponíveis foram responsáveis pela explanação do conteúdo e das sugestões demonstradas nesta obra, com o objetivo de favorecer a aprendizagem matemática do aluno, bem como auxiliar o trabalho dos docentes da disciplina de Matemática.

Os capítulos descritos ao longo do livro estão apresentados em uma ordem que facilite o entendimento da construção do raciocínio referente ao Laboratório de Matemática em suas aplicações e aprendizagem por parte do leitor, para cada estrutura demonstrada.

Essa obra apresenta de ideias e/ou sugestões, tem por objetivo otimizar os ambientes de sala de aula e os laboratórios de Matemática, demonstrando através de roteiros explicativos, bem como outras fontes, apresentar ferramentas adicionais para a fixação de conteúdos de Matemática, organizando informações, realizando conexões entre os conteúdos de Matemática e Materiais Didáticos, a fim de identificar evidências lógicas e suas aplicações. Por isso, ao longo de nossa obra, você sempre encontrará roteiros explicativos dos Materiais Didáticos pertencentes ao Laboratório de Ensino de Matemática.

Desejamos que o conteúdo desta obra possa auxiliar o trabalho dos docentes e discentes da disciplina de Matemática, sob um olhar de reflexão e melhor entendimento dos conteúdos apresentados, para a formação do aluno com um olhar mais analítico reflexivo frente os desafios enfrentados durante toda sua formação acadêmica.

PREFÁCIO

Esta obra surgiu da necessidade de apresentar e divulgar a importância que os Laboratórios de Ensino de Matemática possuem para a aprendizagem Matemática. Buscando uma integração entre os Materiais Didáticos presente em um Laboratório de Ensino de Matemática de um colégio estadual público da região Oeste do Paraná, com ideias e roteiros com intuito de melhorar o ensino-aprendizagem e, que atenda a necessidade não só dos alunos do colégio, mas que também sirva para outras instituições de ensino como importante ferramenta no ensino da Matemática.

Seus idealizadores dessa obra, a discente em 2024 do curso de Licenciatura em Ciências Exatas - Habilitação em Matemática da Universidade Federal do Paraná, Setor Palotina, Daniela Fernanda Jahn e, atualmente em 2025, docente da rede estadual do Paraná, Prof. Dr. Denis Rogério Sanches Alves do Departamento de Engenharia e Exatas e Profa. Dra. Luciana Paula Vieira de Castro do Departamento do Ensino de Ciências, ambos da Universidade Federal do Paraná, Setor Palotina.

Parabenizo os autores, as quais juntamente desenvolveram essa obra com dedicação e maestria.

Prof. Dr. Denis Rogério Sanches Alves
Professor da Universidade Federal do Paraná
UFPR/Setor Palotina-PR

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	12
1.1 PROBLEMA.....	14
1.2 OBJETIVOS.....	14
1.2.1 Objetivo geral.....	14
1.2.2 Objetivos específicos.....	14
1.3 JUSTIFICATIVA.....	14
2 REVISÃO DE LITERATURA	16
2.1 LABORATÓRIOS E AULAS PRÁTICAS.....	16
2.2 A MATEMÁTICA E O LEM.....	17
2.3 CONCEITO DE LEM.....	19
2.4 VANTAGENS DO LEM.....	20
2.5 MATERIAIS DIDÁTICOS.....	20
2.6 O LEM E JOGOS MATEMÁTICOS.....	22
3 ENCAMINHAMENTO METODOLÓGICOS	33
4 APRESENTAÇÃO DOS RESULTADOS	37
5 CONSIDERAÇÕES FINAIS	46
REFERÊNCIAS	47
APÊNDICE 1 – ROTEIRO R1	51
APÊNDICE 2 – ROTEIRO R2	52
APÊNDICE 3 – ROTEIRO R3	55
APÊNDICE 4 – ROTEIRO R4	57
APÊNDICE 5 – ROTEIRO R5	58
APÊNDICE 6 – ROTEIRO R6	60
APÊNDICE 7 – ROTEIRO R7	62
APÊNDICE 8 – ROTEIRO R9	64
APÊNDICE 9 – ROTEIRO R10	65
APÊNDICE 10 – ROTEIRO R12	67
APÊNDICE 11 – ROTEIRO R13	70
APÊNDICE 12 – ROTEIRO R14	71

"Se pretendemos contribuir para que os educandos sejam sujeitos das transformações sociais e do uso da matemática nelas, é necessário que contribuamos para que eles desenvolvam um modo de pensar e agir que possibilite captar a realidade enquanto um processo, conhecer as suas leis internas do desenvolvimento, para poder captar as possibilidades de transformação do real"

Newton Duarte, 1988, p. 10

Muito se discute a respeito da educação, pois existem vários aspectos a serem analisados. Um exemplo é a questão da aprendizagem de componentes curriculares específicos, como é o caso da Matemática, sobre a qual muitas pesquisas exploram a sua aprendizagem e o envolvimento dos alunos com os seus conteúdos.

A Matemática está presente em toda a sociedade, constituindo um componente curricular presente desde os anos iniciais da escolarização básica e sendo de extrema importância prática no cotidiano de cada indivíduo. Contudo, ainda há preconceito com esta disciplina, uma vez que

Tal juízo parece ser um preconceito criado em torno de uma disciplina importantíssima, mas com um rótulo amedrontador. O aluno já entra na escola receoso da matemática, talvez porque em casa já ouviu comentários desagradáveis com relação às experiências de seus pais, irmãos mais velhos ou pessoas ligadas a eles (Oliveira, 1983, p.11).

No entanto, a Matemática ainda é trabalhada de forma que não se relacione com o cotidiano e com os materiais concretos, tornando-se algo muito abstrato aos alunos, normalmente sendo trabalhada nas escolas com a técnica de memorização.

Nos dias atuais, muito se observa que grande maioria dos alunos ainda vê a Matemática como uma matéria desinteressante e que traz consigo o insucesso, assim

Para os alunos, a principal razão do insucesso na disciplina de Matemática resulta desta ser extremamente difícil de compreender. No seu entender, os professores não a explicam muito bem nem a tornam interessante. Não percebem para que serve nem porque são obrigados a estudá-la. Alguns alunos interiorizam mesmo desde cedo uma auto-imagem de incapacidade em relação à disciplina. Dum modo geral, culpam-se a si próprios, aos professores, ou às características específicas da Matemática (Ponte, 1994, p. 2).

Tendo em vista o exposto acima, é necessário refletir sobre a importância de buscar alternativas para fazer com que estas perspectivas negativas dos alunos a respeito da Matemática mudem.

Segundo Lorenzato (2002 *apud* Lorenzato, 2006, p.57), “‘Ninguém ama o que não conhece’: este pensamento explica por que tantos alunos não gostam da matemática. Se a eles não foi dado conhecer a matemática, como podem vir a admirá-la?”. Para explicar esta frase, relacionando-a com a importância da utilização dos Materiais Didáticos (MD), Lorenzato afirma que:

No entanto, com o auxílio de MD, o professor pode, se empregá-lo corretamente, conseguir uma aprendizagem com compreensão, que tenha significado para o aluno, diminuindo, assim, o risco de serem criadas ou reforçadas falsas crenças referentes à matemática, como a de ser ela uma disciplina “só para poucos privilegiados”, “pronta”, “muito difícil”, e outras semelhantes (Lorenzato, 2006, p.34).

Tendo em vista que, com os MD, a aprendizagem pode gerar interesse nos alunos, trazendo significado para eles, este trabalho busca meios para que estes materiais sejam utilizados nas escolas e em outras instituições de ensino, dando ênfase a sua importância e também oferecendo possibilidades de uso, pois nem sempre será fácil incorporar estes materiais no contexto escolar.

Além disso, trabalhar com materiais que sejam concretos pode auxiliar no processo de aprendizagem da Matemática, pois pode levar o aluno à compreensão e à visualização dos fenômenos matemáticos. Com isso, os MD diferenciados, na escola, podem ser um grande aliado para os professores e para os alunos. Muitos MD podem ser encontrados em Laboratórios de Ensino de Matemática (LEM), facilitando o acesso a estes, uma vez que os MD estarão armazenados em um mesmo ambiente.

Neste sentido, a finalidade desse livro é apresentar sugestões dos Materiais Didáticos (MD) do Laboratório de Ensino de Matemática (LEM) para que os professores e interessados possam construir relações entre os conceitos de Matemática atribuídos em sala de aula e os MD presentes no laboratório.

A respeito da utilização do LEM, segundo Cruz (2007), vale destacar que, em grande parte das escolas brasileiras, os laboratórios se encontram em estados estragados ou malcuidados, visto a falta de investimentos públicos destinados a esta área, não sendo ofertadas condições para que este espaço seja modernizado e para que os equipamentos sejam substituídos conforme necessário.

Neste sentido, o trabalho apresenta algumas das características do LEM em estudo no estado em que se encontra, averiguando se possui boas condições de manutenção, qual a diversidade de materiais e se estes estão completos e em bom estado de uso, analisando, ainda, se estes equipamentos foram modernizados ou substituídos quando necessário.

O primeiro passo a se encaminhar é o esclarecimento a respeito do que é o LEM, quais são suas definições e suas relações com o ensino de Matemática. A princípio, o LEM pode ser visto de várias formas. De acordo com Lorenzato (2006, p. 06), o LEM “é um local da escola reservado preferencialmente não só para aulas regulares de matemática, mas também para tirar dúvidas de alunos; para professores de matemática planejarem suas atividades”.

O LEM vem com o objetivo de facilitar os dois lados, tanto o do aluno quanto o do professor, dando oportunidade de questionar, buscar, experimentar, analisar e, assim, chegar a uma conclusão, além de ser um espaço que favorece a estruturação do pensamento matemático (Instituto de Ciências Exatas, 2018).

Um dos aspectos que pode auxiliar na aprendizagem de Matemática, dentre outras diversas ações, é a utilização do LEM, que é proposta por esta pesquisa. Neste sentido, faz-se necessário o estudo a respeito do assunto e de suas vertentes.

De modo a complementar, Lorenzato (2006, p. 07) afirma que “O LEM, mesmo em condições desfavoráveis, pode tornar o trabalho altamente gratificante para o professor e a aprendizagem compreensiva e agradável para o aluno”. Com isso, o trabalho traz como proposta a elaboração de roteiros para facilitar a utilização do LEM, tornando, assim, o trabalho do professor mais fluido através dos meios de organização.

1.1 PROBLEMA

Como os materiais didáticos podem ser organizados para os professores utilizarem? Há um roteiro ou manual de instruções para facilitar o manuseio de Materiais Didáticos por professores e interessados?

1.2 OBJETIVOS

Com o intuito de analisar e verificar quais são os MD pertencentes ao LEM e como eles podem ser utilizados no ensino, foram elaborados os seguintes objetivos de pesquisa:

1.2.1 Objetivo geral

Analisar o panorama dos materiais didáticos pertencentes ao Laboratório de Ensino de Matemática, catalogar e desenvolver roteiros de utilização na educação básica e que envolvam atividades de Ensino em Matemática.

1.2.2 Objetivos específicos

- Analisar quais são os materiais presentes no LEM do Colégio Agrícola Estadual de Toledo;
- Elaborar roteiros de aula com materiais didáticos de um LEM já estruturado e presente no Colégio Agrícola Estadual de Toledo, pertencente ao Núcleo Regional de Educação de Toledo, disponibilizando estes materiais para a SEED;
- Facilitar o manuseio de Materiais Didáticos por professores e demais interessados.

1.3 JUSTIFICATIVA

Considerando que a matemática está presente no dia a dia de todos, bem como a busca pelo melhoramento das formas de aprendizagem, este trabalho visa auxiliar tanto professores quanto alunos na utilização do LEM, possibilitando que seja utilizado da melhor maneira no ambiente escolar. De acordo com pesquisas a respeito do tema, é perceptível que o LEM não é muito utilizado, em decorrência de diversos fatores. Nesta obra, um dos fatores abordados é a falta de roteiros ou de manuais de instruções. Deste modo, a elaboração de roteiros nos quais os professores possam se

basear, torna-se crucial para o manuseio e a utilização destes Materiais Didáticos, visto que no cotidiano do professor, ele possui diversas tarefas a serem cumpridas no espaço escolar, incluindo o planejamento da sala de aula.

Para entender o contexto geral da pesquisa, é preciso, primeiramente, compreender quais estudos já empreenderam esforços no sentido investigar e aprimorar a utilização de LEM por docentes da área. Para tanto, a seguir, estarão reunidos os aportes teóricos que embasaram esta pesquisa.

2.1 LABORATÓRIOS E AULAS PRÁTICAS

Ao falar sobre a experimentação, é preciso entender do que se trata este termo. A experimentação sobre os fenômenos vem enraizada na história do homem, desde os mais antigos dias até os atuais. Os pensamentos surgem de alguma necessidade que o homem possui. Depois do pensamento, vêm os erros e acertos, os quais constituem a ciência. Esta vai evoluindo a partir de pesquisas e do cotidiano humano, permitindo avanços em diversas áreas. Muitas ideias e grandes descobertas surgiram a partir da experimentação, saindo de formulações teóricas e partindo para a prática (Cruz, 2007).

As aulas de laboratório têm um lugar muito importante para a aprendizagem por permitirem que os alunos tenham contato direto com fenômenos, manipulando os materiais e equipamentos, observando e investigando a realidade, possibilitando ainda a verificação na prática de coisas que muitas vezes são trabalhadas apenas de forma decorada e descontextualizada. Sobre isso, Cezari e Grandó (2008) dizem que a matemática escolar:

Reforça um modelo de ensino-aprendizagem que considera o aluno como um “recipiente” que armazena informações, cabendo ao professor, essencialmente, transmitir corretamente informações e proporcionar tarefas ou mesmo exercícios repetitivos para que os alunos “treinem” uma habilidade adquirida (p. 92).

É imprescindível que, ao falar de experimentação, discorramos sobre o desenvolvimento teórico, uma vez que, para haver um bom resultado, eles caminham juntos. Neste sentido, o laboratório entra como meio de unir a teoria à prática.

Cruz (2007, p.23-24) destaca que

As práticas de laboratório devem ser precedidas ou acompanhadas de aulas teóricas. A linguagem deve ser simples e adequada ao grupo de alunos, as estratégias didáticas devem ser bem escolhidas para que as atividades laboratoriais não sejam meras demonstrações. Assim, a teoria, as demonstrações, o exercício prático e o experimento produzirão a interação entre o aluno e o aprendizado de maneira prazerosa.

As atividades experimentais podem ser uma forma de ocorrer um bom aproveitamento, mas é necessário que sejam bem definidos e claros os fins que se deseja alcançar. É imprescindível estabelecer normas e rotinas para sua utilização, a fim de que não se corra o risco de o laboratório ser considerado uma frustração em forma de recurso didático (Cruz, 2007).

O Ensino Médio tem como finalidade, de acordo com a Lei de Diretrizes e Bases da Educação (LDB), Lei nº 9.394/1996 (Brasil, 1996, art. 35), em seu Artigo 35, inciso IV, “a compreensão dos fundamentos científico-tecnológicos dos processos produtivos, relacionando a teoria com a prática, no ensino de cada disciplina”. Vale ressaltar que é indicado que todas as disciplinas, incluindo a Matemática, devem favorecer a relação entre a teoria e a prática, de modo que as escolas busquem propor maneiras para que isso de fato seja concretizado no ambiente escolar. Os ambientes de Laboratórios podem ser espaços que propiciem esta relação da teoria com a prática.

Posto isto, para Silva e Silva (2004, p. 2), “A inclusão de atividades do tipo laboratorial pode ser uma das vertentes fundamentais, como modo de conseguir uma melhor qualidade na aprendizagem da Matemática, no que diz respeito à construção do conhecimento”. Os mesmos autores ainda defendem que, mais do que alcançar um bom desenvolvimento nos exercícios e lembrar das fórmulas, é necessário que os alunos compreendam os conceitos matemáticos.

Contudo, vale ressaltar que não basta a Matemática ser entendida com sua aplicabilidade, é preciso fazer com que os alunos saibam problematizar. Neste sentido, o Referencial Curricular para o Ensino Médio do Paraná (Paraná, 2021, p. 520) explica que: “é preciso ampliar a compreensão da Matemática para além de sua aplicabilidade e utilidade, pois suas diferentes formas de pensar, associadas à capacidade de problematizar, formular e resolver problemas, contribuem para uma formação integral dos estudantes”.

2.2 A MATEMÁTICA E O LEM

De acordo com as Diretrizes Curriculares da Educação Básica do Estado do Paraná (DCE) (Paraná, 2008), a aprendizagem Matemática é baseada na criação de técnicas, as quais façam o aluno criar significado junto às ideias matemáticas, a fim de conseguir, assim, relacionar, justificar, analisar, discutir e criar. Ou seja, não basta ensinar apenas estratégias e habilidades relacionadas com o desenvolvimento de cálculos ou memorização de conceitos.

O ambiente da sala de aula, muitas vezes, é visto como monótono, o que acaba deixando o aluno sem motivação para aprender, e o LEM pode ser um espaço que favoreça mais diálogos e aprendizados, pois

É neste ambiente, que o professor poderá aguçar a curiosidade dos alunos, promover discussões, reflexões, realizar atividades experimentais e investigações, bem como problematizar situações e conceitos, em busca de uma aprendizagem significativa (Aguiar, 1999 *apud* Rodrigues; Gazire, 2015, p. 123-124).

A dificuldade na área da Matemática está enraizada na sociedade há muitos anos. É comum que alunos não gostem desta disciplina, além de que muitos não dão nem a chance de ganharem interesse por ela.

A distância entre a Matemática e a realidade do aluno chegou a um ponto em que a própria disciplina pode ter perdido o significado na escola. A comunidade escolar, muitas vezes, enxerga a Matemática, na Educação, como uma barreira, um percalço na trajetória dos alunos. Esse fato faz com que esses alunos já tragam consigo preconceitos em relação a essa disciplina e interferir nessas concepções é extremamente difícil (Ogliari, 2008, p. 10-11).

Segundo D' Ambrósio (1991, p.1), “há algo errado com a matemática que estamos ensinando, o conteúdo que tentamos passar adiante através dos sistemas escolares é obsoleto, desinteressante e inútil”.

Tendo em vista este contexto, é essencial buscar maneiras de derrubar estas barreiras, buscando no aluno sua curiosidade e mudando este preconceito que existe há muito tempo.

No meio escolar, a Matemática é vista como algo pronto e acabado, como explica Benini (2006, p. 58-59):

Um posicionamento, não raro de ser visto no meio escolar, é aquele que diz que não é possível criar uma nova Matemática em um laboratório porque ela é, por sua própria natureza, abstrata. Ela também é tida como uma ciência pronta e acabada e o que resta é repassá-la as demais pessoas, não necessitando de nenhum novo aparato para que isto aconteça a contento.

Como é possível verificar nos Parâmetros Curriculares Nacionais - PCNs, a Matemática e suas tecnologias, assim como a Área das Ciências da Natureza, devem promover entre os alunos a compreensão dos conhecimentos científicos, para que, desta forma, possam entender o funcionamento do mundo e também estabelecer planejamento e execução de ações na realidade (Brasil, 2000, p. 20). Assim, a Matemática é uma disciplina que pode ser vista de acordo com a realidade de acordo com os encaminhamentos propostos pelo docente, pois conforme Gervázio (2017, p. 43-44):

uma alternativa para que se consiga avançar na educação matemática, pode ser a mudança de seu tratamento em sala de aula, de maneira única e exclusivamente abstrata para uma abordagem mais prática, pois ao contrário do que muitos imaginam, ela é concreta e manifesta-se através da natureza, nas tecnologias, nas construções humanas, entre outras. E, quando ela é atrelada ao mundo real o aluno passa a dar mais sentido e pode aprender com mais facilidade. Mesmo diante desses possíveis benefícios, a matemática tem sido abordada, na maioria dos casos, como uma ciência de exclusividade teórica e abstrata, o qual denomina-se de modelo dedutivista, com poucas demonstrações concretas e problematização dos conceitos com a realidade, fatos estes que dificultam o entendimento dos discentes, e como consequência, muitos passam a não gostar da área de exatas.

Nessa perspectiva é preciso refletir sobre meios para favorecer a aprendizagem e matemática. Nesse interim, assume grande importância a compreensão e conhecimento das possibilidades do LEM e apresentar meios para facilitar a aprendizagem. Benini (2006, p.80) relata que “o objetivo do laboratório não é criar novas teorias ou obter resultados inéditos para a Matemática, mas propiciar aos alunos meios para que eles compreendam melhor a Matemática já existente, isto é, prezar o encontro da teoria com a prática”. Desta forma, o LEM possibilita a utilização da teoria estudada em sala na aplicação prática de contextos da realidade dos alunos.

2.3 CONCEITO DE LEM

Não há muitas definições que caracterizam o que é um LEM, mas Lorenzato (2006, p. 07) descreve o espaço da seguinte maneira:

é uma sala-ambiente para estruturar, organizar, planejar e fazer acontecer o pensar matemático, é um espaço para facilitar, tanto ao aluno como ao professor, questionar, conjecturar, procurar, experimentar, analisar e concluir, enfim, aprender e principalmente aprender a aprender.

Porém, vistos diversos fatores, é importante que o professor realize alguns questionamentos sobre o uso do LEM, como:

será conveniente, ou até mesmo necessário, facilitar a aprendizagem com algum material didático? Com qual? Em outras palavras, o professor está respondendo as questões: “Por que material didático?” e “Qual é o material?” e “Quando utilizá-lo?”. Em seguida, é preciso perguntar-se: “Como esse material deverá ser utilizado?” (Lorenzato, 2006, p. 24).

Sendo assim, a utilização do LEM deve ser analisada em todos os níveis escolares, observando-se quando é o melhor momento de utilizá-lo, dependendo do contexto vivenciado.

Há algumas discussões a respeito da nomenclatura, havendo a preferência por Laboratório de Matemática ou Laboratório para o ensino de Matemática. Para Benini (2006, p. 80):

a expressão “Laboratório de Matemática” não seja a mais apropriada; poderíamos, então, trocá-la por “Laboratório para o ensino de Matemática”, já que o que se pretende é o desenvolvimento de estratégias que permitam uma melhor qualidade de aprendizagem, no processo de construção do conhecimento dos alunos, por meio de experimentos e tendo-se como principal objetivo colocar em prática os processos de reflexão, as comparações, as relações e associações.

Nessa concepção, Oliveira (1983, p.82) afirma que o Laboratório de Ensino de Matemática pode ser entendido como o “espaço onde se criam situações e condições para levantar problemas, elaborar hipóteses, analisar resultados e propor novas situações ou soluções para questões detectadas”.

2.4 VANTAGENS DO LEM

Segundo Lorenzato (2006), o LEM inserido na escola pode ser visto como uma experiência diferenciada para o aluno e para o professor, oportunizando a avaliação na prática, permitindo que esta não seja feita em um ambiente que pressiona o estudante, mas, pelo contrário, contando com materiais diferenciados e um espaço específico para o desenvolvimento de habilidades matemáticas. Sendo assim, o professor pode utilizar as aulas realizadas no LEM como uma forma de avaliar o desenvolvimento dos alunos, diferenciando a metodologia de avaliação.

Sobre o intuito do LEM, Lorenzato (2006, p. 06-07) afirma que:

Facilitando a realização de experimentos e a prática do ensino aprendizagem da matemática, o LEM deve ser o centro da vida matemática da escola; mais que um depósito de materiais, sala de aula, biblioteca ou museu de matemática, o LEM é o lugar da escola onde os professores estão empenhados em tornar a matemática mais compreensível aos alunos.

Neste mesmo caminho, Tahan (1962, p. 62) afirma que “O professor de matemática que possui um bom Laboratório poderá, com maior facilidade, motivar seus alunos por meio de experiências e orientá-los, mais tarde, com maior segurança, pelo caminho das pesquisas”.

Com o LEM, a Matemática pode ser vista de uma forma diferenciada, pois através dele muitos dos conceitos podem ser retomados, já que

A matemática é muitas vezes vista por um ensino de forma fragmentada e no contexto do LEM temos a oportunidade de mostrar como se articulam os conteúdos, uma vez que para realizarmos uma prática pedagógica com MD, é necessário que retomemos muitos conceitos estudados anteriormente pelos alunos antes de chegar a construir com eles um novo conceito matemático, aquele que temos como objetivo de ensinar para determinado ano do Ensino Médio (Manosso, 2013, p. 3).

Por conseguinte, o Laboratório pode ser um ambiente favorável para fazer com que o aluno goste da Matemática e busque soluções para os problemas, possibilitando que o estudante seja positivo em relação a aprender Matemática e ao fazer Matemático (Silva; Silva, 2004).

2.5 MATERIAIS DIDÁTICOS

Para entender ainda mais o LEM, é preciso analisar o que são os materiais didáticos (MD), que são os materiais presentes no laboratório. Para Lorenzato (2006, p.18), MD “é qualquer instrumento útil ao processo de ensino-aprendizagem”. Contudo, é importante que ao utilizar estes materiais se tenha clareza de que

Nenhum material por si só é capaz de ensinar Matemática. A aprendizagem da Matemática é um processo que depende da ação do aluno sobre esse material e também da ação do professor. Isso exige uma intencionalidade por parte do educador (Bianchini; Gerhardt; Dullius, 2011, p.4).

Com este fato, é possível ressaltar a importância de materiais MD diferenciados, muitos dos quais podem ser encontrados dentro de um LEM.

Porém, tendo em vista as diversas formas com que os MD podem ser utilizados e as diferentes maneiras de encaminhamentos com os quais o MD pode ser direcionado, o professor deve seguir algumas etapas para a utilização deles, sendo:

i) dar tempo para que os alunos conheçam o material (inicialmente é importante que os alunos o explorem livremente); ii) incentivar a comunicação e troca de ideias, além de discutir com a turma os diferentes processos, resultados e estratégias envolvidos; iii) mediar, sempre que necessário, o desenvolvimento das atividades por meio de perguntas ou da indicação de materiais de apoio, solicitando o registro individual ou coletivo das ações realizadas, conclusões e dúvidas; iv) realizar uma escolha responsável e criteriosa do material; v) planejar com antecedência as atividades, procurando conhecer bem os recursos a serem utilizados, para que possam ser explorados de forma eficiente, usando o bom senso para adequá-los às necessidades da turma, estando aberto a sugestões e modificações ao longo do processo, e vi) sempre que possível, estimular a participação do aluno e de outros professores na confecção do material (Rêgo; Rêgo, 2006, p.54).

É importante, ainda, ressaltar que o professor deve levar em consideração a realidade vivenciada pelos alunos, que pode interferir no processo de escolha e de aperfeiçoamento dos materiais didáticos disponíveis. Também, deve-se levar em consideração o momento certo para utilizar estes materiais, como explicam Santos e Cunha (2021, p. 03):

É necessário que o docente de Matemática disponha de uma diversidade de materiais e que, diante das circunstâncias vivenciadas com seus alunos, possa saber o momento correto de utilizá-los e explorá-los no desenvolvimento da aprendizagem, traçando estratégias, métodos, situações instigadoras e motivadoras, em que o aprendizado dos alunos seja fruto da inteira participação, interação e integração com as atividades práticas proporcionadas.

Posto isso, o professor deve estar ciente dos materiais que utilizará em aula, buscando sempre saber qual é o melhor momento de fazer a inserção do material no contexto escolar.

É possível observar que diversas são as vantagens dos MD, mas é necessário analisar cada situação em particular. Neste sentido, Lorenzato (2006, p.29) afirma que “se o MD pode ser para o aluno um facilitador, para o professor, às vezes, ele pode ser um complicador. Em outras palavras, é muito mais fácil dar aula sem MD, mas também é mais difícil aprender sem o MD”. Por isso, é tão importante que haja a elaboração de MD e inserção de tais recursos no planejamento de uma aula de Matemática de maneira refletida e consciente dos limites e das possibilidades de sua utilização. Caso sejam bem elaborados e aplicados, os MD podem auxiliar o professor neste processo; roteiros de uso também podem ser inseridos e utilizados, visando facilitar a utilização por parte do aluno e do professor.

2.6 O LEM E JOGOS MATEMÁTICOS

Alves et al. (2023, p. 6087) destaca que “o ensino da Matemática tem sido um desafio constante para educadores e pesquisadores, especialmente na transição dos anos iniciais para os finais do ensino fundamental”. Assim, atividades que desenvolvam habilidades matemáticas, como a memória, a lógica e o cálculo mental, podem ser fundamentais para aprimorar o processo de ensino e aprendizagem. Uma das possibilidades é o uso de jogos matemáticos, que são práticos, manipuláveis e lúdicos, podendo ser utilizados como ferramenta pedagógica para instigar e engajar os alunos.

De acordo com Gomes, Alves e Detsch (2022):

Essa ferramenta de ensino pode ser uma grande aliada principalmente para os professores de Matemática do ensino fundamental I e II, visto que, há necessidade de instigar os alunos para algo diferente, algo que ainda não foi proposto, chamando a atenção dos alunos e assim tornando a aprendizagem mais satisfatória (GOMES, ALVES, DETSCH, 2022, p. 173).

Com base nessa premissa, o Laboratório de Ensino de Matemática é um espaço onde os alunos, através da manipulação de materiais didáticos manipuláveis (MD) e/ou jogos, podem contribuir para a elaboração dos conceitos e a compreensão do conteúdo matemático. A construção do conhecimento matemático pode ser facilitada num ambiente diferenciado da sala de aula, como entende Lorenzato (2006, p. 7) quando afirma que “O laboratório de ensino é uma grata alternativa metodológica porque, mais do que nunca, o ensino da matemática se apresenta com necessidades especiais e o LEM pode e deve prover a escola para atender essas necessidades”.

Nesse sentido, o LEM pode ser um espaço privilegiado de ensino da matemática nas escolas, o que pode promover a necessidade de planejamento e a realização de atividades voltadas para atividades mais significativas, levando os alunos a se envolverem e a desenvolverem atitude mais positiva frente a matemática, contribuindo ainda para a criatividade em ideias matemáticas.

Alves et al. (2011, p. 06) destaca que “o ensino de matemática usando jogos como estratégia metodológica” podem facilitar o desenvolvimento do raciocínio matemático. Aponta que o aluno que joga está o domínio de conceitos matemáticos e, destacadamente, é importante a comunicação usando da linguagem matemática durante o jogo em grupo, quando os alunos exploram e discutem a melhor forma de desenvolver sua jogada. Os jogos alinhados com atividades no LEM podem facilitar o desenvolvimento do raciocínio matemático.

Gomes, Alves e Detsch (2022) afirmam que utilizar jogos matemáticos em uma atividade em sala de aula, além de ser uma oportunidade prazerosa para realizar cálculos matemáticos e jogar com seus colegas é uma situação diferente para aprender Matemática. Os jogos matemáticos trazem uma temática lúdica para a sala de aula, principalmente quando utiliza o LEM como instrumento de apoio. Podem ser utilizados como uma ferramenta pedagógica com o intuito de instigar os alunos na aprendizagem da matemática, tornando-a um processo mais prazeroso para a criança.

Braz et al. (2018, p.2) relata que:

“Para o processo de ensino e aprendizagem da Matemática, pode ser importante fazer uso de atividades que desenvolvam, nos alunos, habilidades matemáticas, tais como a memória, a lógica, o cálculo mental, a percepção visual, a reflexão. O uso de jogos é uma possibilidade para o desenvolvimento destas habilidades [...]”.

Os jogos, quando coletivos, também podem proporcionar a convivência em grupo, sendo assim, o ambiente fica mais harmonioso e o debate entre os alunos acontece sem nenhuma interferência do professor-mediador.

De acordo com Moura e Viamonte (2006, p. 1 e 2);

“Os jogos educativos sobretudo aqueles com fins pedagógicos, revelam a sua importância em situações de ensino-aprendizagem ao aumentar a construção do conhecimento, introduzindo propriedades do lúdico, do prazer, da capacidade de iniciação e ação activa e motivadora, possibilitando o acesso da criança a vários tipos de conhecimentos e habilidades”.

Essa ferramenta de ensino pode ser uma grande aliada principalmente para os professores de matemática do ensino fundamental I e II, visto que, há necessidade de instigar os alunos e assim tornando a aprendizagem mais satisfatória.

Alves, Arruda e Marinez (2023, p. 06) destacam que “a utilização do jogo em aulas de Matemática é proporcionar experiências, estimular a aceitação de normas e hierarquias, o trabalho em equipe e o respeito pelos outros”. Além das competências listadas anteriormente, Staback *et al.* (2018) também menciona outras competências desenvolvidas pelos jogos:

São indispensáveis que os alunos desenvolvam certas competências que podem ser oferecidas pelos jogos, para que ele esteja preparado para exercer, dentro de um contexto democrático, sua cidadania. É possível através dos jogos, desenvolverem nos alunos, sua concentração, sua curiosidade, sua consciência de grupo, sua autoconfiança, autoestima, além das habilidades matemáticas (STABACK *et al.*, 2018, p. 3).

Neste trabalho, enfatizamos a utilização dos jogos como metodologia para facilitar a aprendizagem da Matemática, sendo que os jogos podem ser utilizados em todos os níveis da educação básica.

Grando (2000, p.15) relata que:

A busca por um ensino que considere o aluno como sujeito do processo, que seja significativo para o aluno, que lhe proporcione um ambiente favorável à imaginação, à criação, à reflexão, enfim, à construção e que lhe possibilite um prazer em aprender, não pelo utilitarismo, mas pela investigação, ação e participação coletiva de um "todo" que constitui uma sociedade crítica e atuante, leva-nos a propor a inserção do jogo no ambiente educacional, de forma a conferir a esse ensino espaços lúdicos de aprendizagem.

E ainda, o uso de jogos aplicados pelo professor em aulas “como recursos para o ensino de Matemática difere da simples manipulação de materiais” (Grando, 2015, p. 398), e são descritos da seguinte maneira:

Acreditamos que há duas formas de se propor o uso de jogos em aulas de matemática: uma delas em que o professor, ao planejar desenvolver um determinado conteúdo, cria um jogo ou busca algum já existente, que foi criado com o objetivo de ensinar matemática (dominó das formas, da tabuada, bingo das operações, etc.); e outro em que o professor busca na atividade lúdica de seus alunos, jogos de entretenimento, que foram criados com esse fim ou ainda jogos criados para passatempo em uma determinada cultura e planeja uma ação intencional a fim de explorar, também, a matemática a partir desse jogo, uma matemática que possibilita dar sentido à estratégia do jogo (GRANDO, 2015, p. 398).

Conforme aponta Kishimoto (2009), o jogo tem como característica existir no espaço e tempo, apresentando uma sequência, sendo importante nessa atividade o brincar, podendo ser de faz-de conta, simbólicos, sensorio-motores, motores, intelectuais ou cognitivos, de exterioridade ou internalidade, individuais ou coletivos, de metáforas, verbais, de palavras, de cunho político, de animais, adultos, dentre tantos outros tipos. As sensações propiciadas pela participação neste tipo de atividade envolvem os sentidos, permitindo maior ligação do estudante com a mesma, conectando-o mais.

O uso dos jogos matemáticos alinhados com atividades do LEM representa uma alternativa didático-metodológica que pode contribuir para desenvolvimento e para a revisão de conceitos matemáticos e de memorização de procedimentos em atividade matemática. Propicia uma interação mais ativa e lúdica, promovem discussões, suposições, indagações, reflexões sobre o conteúdo, contribuindo para o aprendizado.

Entretanto, ao mencionar jogos, frequentemente há certa confusão entre três coisas que, para Kishimoto (2009), são distintas. Trata-se de jogo, brinquedo e brincadeira. Para a autora, o jogo é o que define os objetos que fazem parte da atividade e as regras, enquanto que o brinquedo é o objeto que dá suporte da brincadeira e a brincadeira propriamente dita é a descrição de dada conduta estruturada para aquela situação. Além disso, é importante considerar que o jogo na educação possui funções apontadas por Kishimoto (1994) como: i) função lúdica de diversão, prazer e desprazer, e ii) educativa quando ensina coisas que traga saberes ao indivíduo.

Nesse sentido, o planejamento como processo integrante das práticas pedagógicas assume mais uma vez grande importância e precisa ser alinhado com os objetivos, conteúdos e potencialidades a serem atingidos em cada momento pedagógico.

A seguir, evidenciamos alguns jogos com suas respectivas regras que podem servir de aporte aos leitores dessa obra. Alves et al. (2023) destaca a realização de um minicurso durante o XV Encontro Paranaense de Educação Matemática – EPREM. O objetivo da oficina foi à produção de jogos do projeto de extensão Jogos Matemáticos/Educação Não formal e apresentar aos integrantes do evento os possíveis conceitos a serem abordados a partir destes jogos. O público-alvo do minicurso foi composto por professores e alunos dos cursos de Licenciatura, não só na área de Exatas, mas de diversas áreas de conhecimento.

Os jogos utilizados foram: **I) Corrida de Obstáculos** e **II) Soma Zero**.

Seguem algumas considerações/explanações sobre os jogos.

I) Corrida de Obstáculos: Trata-se de uma atividade lúdica composta por um tabuleiro que pode ser utilizado por até quatro jogadores simultaneamente. Este jogo engloba conceitos relacionados a expressões algébricas, números negativos e operações fundamentais, e tem como público-alvo estudantes do sétimo ano do Ensino Fundamental 2, etapa escolar na qual se iniciam os estudos voltados a expressões algébricas.

Imagem ilustrativa do jogo Corrida de Obstáculos.

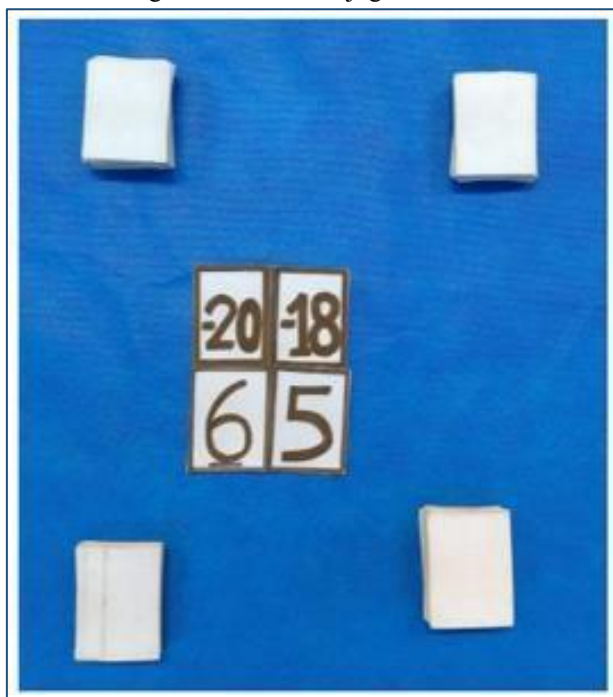


Fonte: Alves et al. (2023)

Como se joga? O jogo é composto de um tabuleiro contendo uma trilha formada de expressões algébricas, um marcador para cada aluno jogador, um dado, 18 cartas de números negativos, 18 cartas de números positivos e quatro cartas de número zero. O jogo exercita o cálculo mental do aluno, promovendo uma maior facilidade em resolver as expressões algébricas, trabalhando sempre com o jogo de sinal. As cartas são colocadas em cima do tabuleiro divididas em três grupos (negativo, zero e positivo), mas embaralhadas entre si. Cada aluno em sua primeira jogada lança o dado e avança na trilha o valor obtido nele, que cairá em uma expressão algébrica, o aluno então deverá retirar uma carta de um dos três montes de sua escolha para substituir na expressão para em seguida resolvê-la. Se o resultado for negativo o aluno volta o tanto de casas obtidos no resultado, se o valor for positivo ele anda para frente o mesmo valor e se for zero ele continua na mesma expressão. Após cada aluno jogar o dado o mesmo não será mais utilizado e os alunos utilizarão apenas os valores das operações. Vence quem chegar ao fim da trilha primeiro.

II) Soma Zero: O jogo Soma Zero pode ser jogado no mínimo em duas pessoas e no máximo em cinco. O jogo composto por cartas, tem o objetivo de trabalhar a soma de números inteiros. Nas cartas do jogo há números negativos e positivos, sendo estes de -20 até +20 com exceção do número 0. As cartas são distribuídas de maneira igual para os jogadores, sendo que as últimas quatro cartas do jogo (quando jogado em 4 pessoas, se for em 5, as últimas 5 cartas) devem ser deixadas viradas para cima sobre a mesa, como ilustra a imagem.

Imagem ilustrativa do jogo Soma Zero



Fonte: Alves et al. (2023)

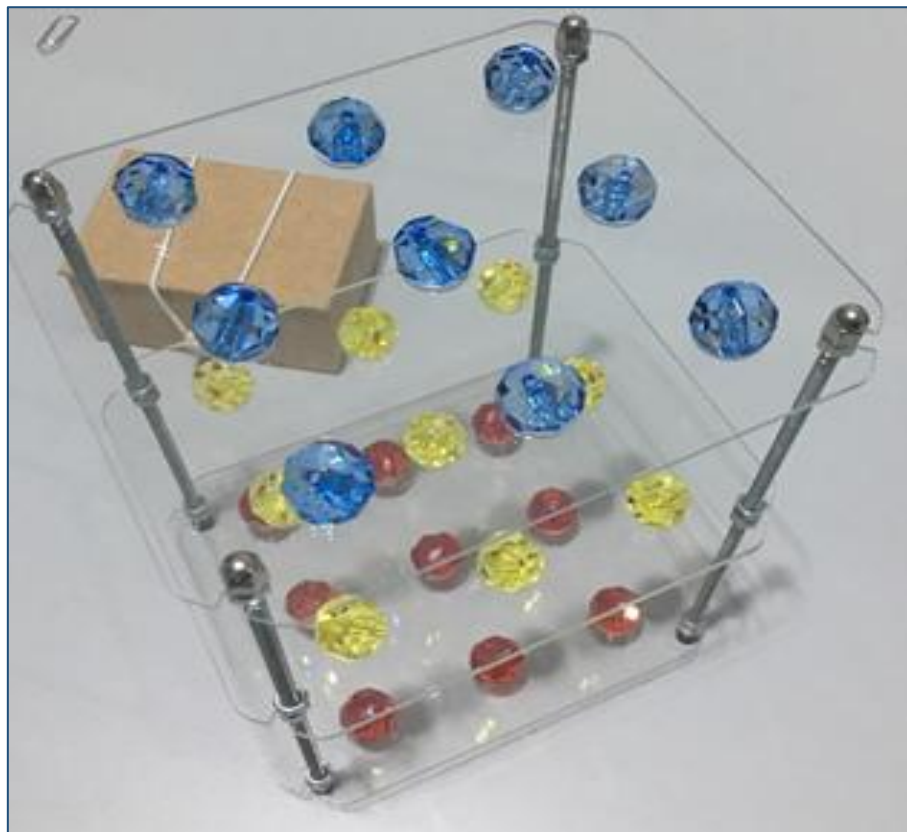
Como se joga? O jogador deverá somar uma ou duas cartas que ele tem na mão com uma das cartas que estão viradas sobre a mesa com o objetivo que a soma seja igual a zero. Como mostra a imagem, a carta de número cinco, caso o jogador tiver $-2 - 3 = -5$, então ele poderá fazer sua jogada, ou então a carta oposta, $+5$. Após ter somado zero, as cartas são colocadas um espaço separado, não podendo utilizá-las para fazer outra jogada. Após ter feito sua jogada, o jogador deverá descartar uma que está em sua mão, se ele observar que consegue fazer outra jogada, ele continua jogando, se não o próximo jogador pode fazer sua jogada. Caso o jogador não conseguir fazer nenhuma operação, passa-se a vez. O jogo termina quando o primeiro jogador acabar com suas cartas.

Gomes, Alves e Detsch (2022) destacam uma pesquisa realizada na linha da educação não formal, utilizando jogos matemáticos como uma ferramenta de ensino aprendizagem aplicada no Ensino Fundamental II. Os jogos foram levados como mecanismo de ensinar as operações básicas matemáticas. Os jogos utilizados foram: **III) Jogo da Velha 3D** e **IV) Matix**.

Seguem algumas considerações/explanações sobre os jogos.

III) Jogo da Velha 3D: Assim como no jogo da velha comum, consiste em fazer trios. Mas no jogo da velha 3D os trios podem ser feitos utilizando as três plataformas diferentes.

Imagem ilustrativa do jogo da Velha 3D



Fonte: Gomes, Alves e Detsch (2022)

Como se joga? Assim como no jogo da velha comum, consiste em fazer trios. Mas no jogo da velha 3D os trios podem ser feitos utilizando as três plataformas diferentes. Vence quem tem a maior quantidade de trios feitos no jogo. Atenção: Nunca há empate. Pode ser jogado em até 3 pessoas, sendo que a pessoa que escolher a peça vermelha deve ser a última a jogar (pois tem menos quantidade). E quando jogar em duas pessoas, utilizar as peças amarelas e azuis.

IV) Matix: O jogo consiste em um tabuleiro com 36 quadrados, números negativos e positivos são escritos na tampinha de garrafa, como ilustra a Imagem, como por exemplo números de - 4 até 6, pode ser jogado em duas pessoas, uma versus outra, ou até mesmo em quatro pessoas, sendo uma dupla versus a outra.

Imagem ilustrativa do jogo Matix

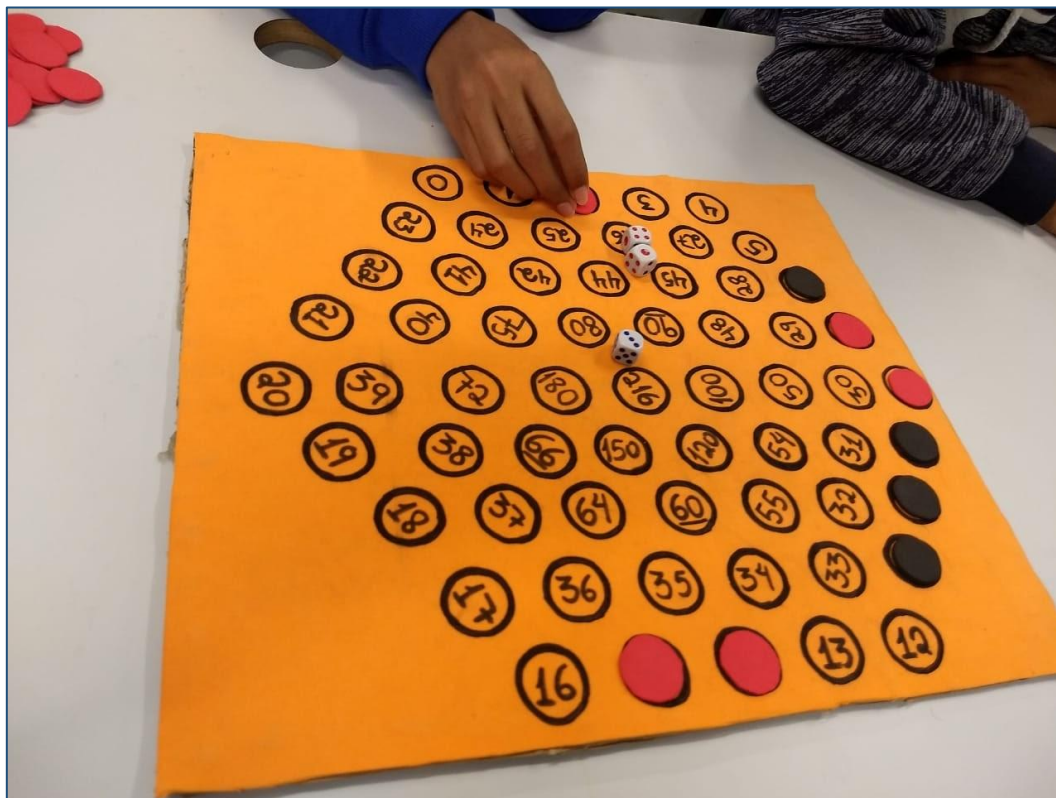


Fonte: Gomes, Alves e Detsch (2022)

Como se joga? Os jogadores devem entrar em um consenso entre si, ou através de par ou ímpar para decidir quem jogará somente na horizontal e quem jogará na vertical. Então se o jogador 1 escolher a horizontal, ele deve ir com a peça mãe do jogo (esta é indicada com uma estrela) em qualquer quadradinho e capturar uma pecinha da mesma linha que a peça de movimento está localizada. Após isso, o jogador 2 deve pegar a peça mãe e capturar na vertical. Onde o jogador deixar a peça mãe do jogo, esta não poderá ser mudada para outra coluna ou linha, deve sempre obedecer à casa em que ela está inserida. O jogo acaba quando não houver mais peças na horizontal ou vertical para serem capturadas, por fim, os jogadores devem somar seus números e ganha aquele que tiver a maior soma.

V) Calculando seu Lugar: O tabuleiro é composto por 61 números, os 43 primeiros são sequenciais e vão do 0 ao 42, os demais são alternados, sendo eles: 44; 45; 48; 50; 54; 55; 60; 64; 66; 72; 75; 80; 90; 100; 120; 150; 180 e 216. Peças circulares de duas cores diferentes são utilizadas para marcar os pontos feitos pelos jogadores, duplas ou trios.

Imagem ilustrativa do jogo Calculando seu Lugar

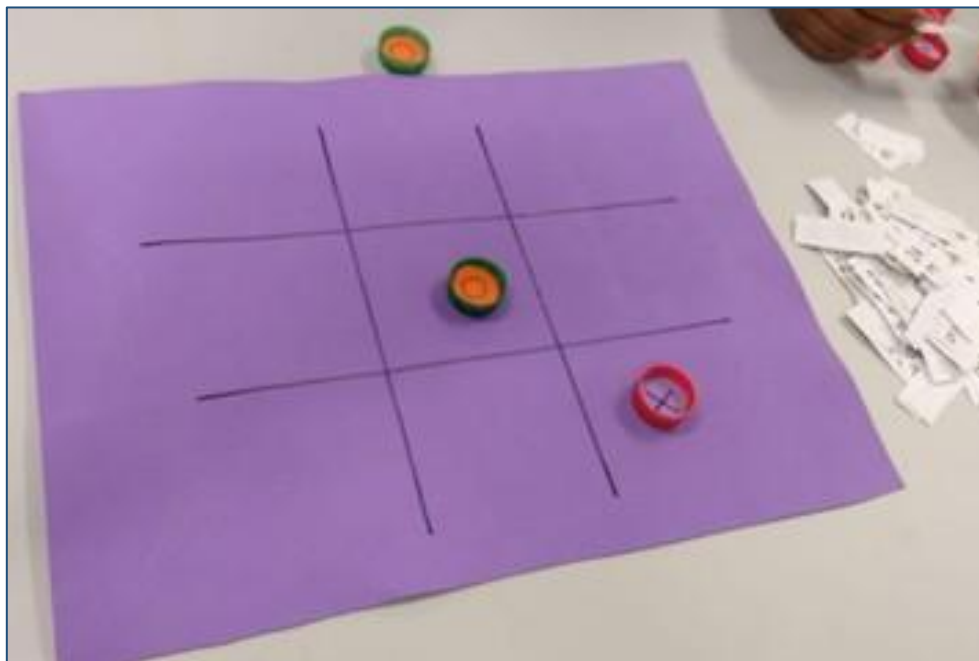


Fonte: Gomes, Alves e Detsch (2022)

Como se joga? Pode ser jogado por duas pessoas, sendo elas adversárias, ou então em duplas e até em trios, além disso não é indicado. A decisão de quem inicia o jogo pode ser por consenso, determinação do professor-mediador ou por “par ou ímpar”. O jogo possui três dados, o jogador 1 deve jogar os dados e fazer operações matemáticas entre os números para marcar ponto no jogo, tais operações podem ser soma, subtração, exponencial, divisão, multiplicação ou radiciação. Após o jogador 1 ter marcado o número, o jogador 2 joga os dados e faz as operações para marcar ponto também. Caso algum dos jogadores não consiga fazer a operação para marcar ponto, ele passa a vez.

VI) Jogo da Velha das Operações: Esse jogo pode ser jogado em duas pessoas, jogador 1 versus jogador 2. A ideia é quem fazer o trio primeiro vence.

Imagem ilustrativa do Jogo da Velha das Operações



Fonte: Gomes, Alves e Detsch (2022)

Como se joga? Para que o “X” ou “O” possa ser colocado no tabuleiro, deve-se retirar uma operação de modo aleatório, e então ao acertá-la coloca-se a peça. Caso errar, a tentativa é do outro jogador acertar a operação que foi resolvida errada, assim, ele colocará a peça dele no tabuleiro.

Destacamos o projeto de extensão “Jogos Matemáticos: Educação Não Formal” e o projeto de pesquisa referente a “Utilização da Educação Não Formal em Escolas Públicas da Região Oeste do Paraná” é desenvolvido pela Universidade Federal do Paraná - Setor Palotina-PR, ambos criados em 2016. O projeto conta com seis alunos do curso de Licenciatura em Ciências Exatas e o objetivo é propor aos estudantes do Ensino Fundamental e Médio de escolas públicas estaduais da região Oeste do Paraná atividades de ensino referente à Educação não formal e busca aprimorar os conhecimentos dos graduandos do curso de Licenciatura em Ciências Exatas para as atividades extracurriculares das escolas públicas de ensino. Os jogos Corrida de Obstáculos, Soma Zero, Jogo da Velha em 3 Dimensões, Matix, Calculando seu Lugar e Jogo da Velha das Operações evidenciados anteriormente foram utilizados pelo projeto de extensão.

Para terminar um jogo, estratégias são criadas pelos alunos, aprimorando suas habilidades matemáticas e desenvolvendo o raciocínio lógico. Para o professor, que é um mediador nessa metodologia, cria-se uma oportunidade de interação com os alunos, discussões entre eles, além de mudar o cenário da sala de aula.

Várias pesquisas identificam que a utilização de jogos e materiais concretos no ensino da matemática proporciona ao aluno uma aprendizagem mais significativa e dinâmica. O professor/mediador pode proporcionar um ambiente que promova a interação, a socialização e a participação de todos os alunos estimulando o interesse dos mesmos em aprender. Como esperado, evidenciamos que no processo de ensino e aprendizagem, a metodologia dos jogos matemáticos pode estimular e enriquecer o “aprendizado do aluno através da ludicidade” (Alves et al., 2023, p. 6096).

O propósito deste livro é apresentar a importância dos Laboratórios de Ensino de Matemática, bem como um inventário dos materiais presentes no LEM de um colégio pertencente ao Núcleo Regional de Educação de Toledo, com a finalidade de elaborar roteiros sobre os materiais didáticos presentes neste LEM.

Primeiramente, entrou-se em contato com o Núcleo Regional de Educação de Toledo, para obter informações sobre quais Colégios possuíam um LEM em condições e espaços favoráveis.

Para entender como são distribuídos e quais são os municípios pertencentes ao Núcleo Regional de Educação de Toledo, o mapa desta região é ilustrado na Figura 1.

Figura 1 - Mapa dos municípios pertencentes ao Núcleo Regional de Educação de Toledo



Fonte: Núcleo Regional de Educação de Toledo (2024).

O Núcleo Regional de Educação de Toledo atende 16 municípios, sendo eles: Diamante do Oeste, Entre Rios do Oeste, Guaíra, Marechal Cândido Rondon, Maripá, Mercedes, Nova Santa Rosa, Ouro Verde do Oeste, Palotina, Pato Bragado, Quatro Pontes, Santa Helena, São José das Palmeiras, São Pedro do Iguaçu, Terra Roxa e Toledo. Nestes municípios, há 91 escolas, entretanto, destas, apenas 3 possuem um LEM ativo. Sendo eles localizados nos seguintes colégios: Colégio Agrícola Estadual de Toledo, Colégio Agrícola Estadual Adroaldo Augusto Colombo e Colégio Estadual Presidente Castelo Branco.

O Núcleo Regional de Educação de Toledo fez a indicação do Colégio Agrícola Estadual de Toledo para servir de *corpus* desta pesquisa. Desta forma, através da indicação, ficou definido em qual LEM seria feita a análise. Este colégio fica localizado na Estrada Narciso Antônio Casarotto, 1911- Jardim Panorama, Toledo - PR, 85911- 340.

Este laboratório fica localizado no interior do colégio, sendo uma sala destinada apenas para o uso destes materiais. As primeiras observações no laboratório foram realizadas com objetivo principal de catalogar os materiais presentes no LEM, seguidas da análise de quantos e quais são os materiais que o LEM possui. Neste primeiro contato, foi realizado o registro de imagens e vídeos dos MD, bem como do espaço físico do LEM. Estes arquivos de fotos e vídeos foram realizados para utilização nos roteiros de aula e também para mostrar a organização deste espaço.

Os materiais analisados e catalogados estarão indicados na tabela 1, apresentada na seção de resultados.

Em seguida, foi analisado quais destes materiais didáticos já possuíam algum tipo de roteiro ou manual de instruções. Com isso, foi executada a seleção dos materiais destinados à área da Matemática, para prosseguimento da pesquisa.

Cada material foi estudado separadamente, analisando-se os seguintes critérios: Material didático, conteúdo, público-alvo (Ensino Fundamental ou Ensino Médio), duração, metodologia e referência. Com isto, foram elaborados roteiros em forma de quadros, sendo que cada quadro corresponde ao roteiro de um material didático que possa ser utilizado em aula. Cada roteiro é disponibilizado em um apêndice, nomeado com o código do roteiro. A duração é uma estimativa de tempo, portanto, cada professor deve analisar o percurso que deseja seguir e, conseqüentemente, o tempo que pretende utilizar em sua aula.

Para haver um padrão, todos os roteiros seguem o modelo apresentado na Figura abaixo.

Figura 2 - Modelo de Roteiro

QUADRO __ – ROTEIRO R__	
Material Didático	
Conteúdo	
Público alvo	
Duração	
Metodologia	
Referência	

Fonte: Os autores (2025).

Assim, todos os roteiros seguem o mesmo modelo, o que facilitará a organização destes materiais posteriormente. Outro detalhe a ser explicado é R_, que é o código do roteiro, que permite a fácil catalogação deles.

Para elaboração dos roteiros, as bases para a definição dos conteúdos e o público-alvo foram o Referencial Curricular para o Ensino Médio do Paraná e a BNCC.

Foi analisada também a organização do espaço: como é a distribuição dos móveis, mesas e cadeiras, e como os materiais didáticos são guardados e organizados neste ambiente.

Ao finalizar a coleta de dados e os registros, a acadêmica organizou os materiais de volta aos lugares onde estavam quando chegou ao LEM. Ela fechou as janelas e a porta e fez a entrega das chaves, para que na ficha de reservas do LEM fosse finalizada a reserva e feita a entrega de chaves correta.

Visando atender aos objetivos propostos, será realizada uma pesquisa de cunho qualitativo, que busca analisar de forma mais clara os fenômenos investigados, sendo sua maior utilização na área de ensino. De acordo com Flick (2009, p. 14), “Muito resumidamente, o processo de pesquisa qualitativa pode ser representado da teoria ao texto e do texto de volta à teoria”.

A pesquisa que originou esta obra teve cunho qualitativo, de acordo com os pressupostos teóricos de Bogdan e Biklen (1994). Conforme tais autores, pesquisas qualitativas possuem cinco características que podem estar ou não presentes de igual maneira nas pesquisas ou ainda é possível haver ausência de uma destas. As características são: i) o ambiente natural como fonte direta de obtenção de dados; ii) sua essência, que é descritiva, compreendendo que nada é trivial, mas que é possível que aspectos tidos como meros detalhes podem revelar uma pistas esclarecedoras do objeto de pesquisa; iii) maior interesse no processo do que apenas no resultado; iv) há uma tendência a realizar análises de forma indutiva, construindo abstrações a medida em que os dados vão sendo agrupados; v) compreende a importância do significado atribuído, trazendo à tona a “dinâmica interna das situações” (p. 51), já que esta não é percebida pelo observador de fora.

Ressalta-se que na pesquisa qualitativa “O pesquisador deve, assim, atentar para o maior número possível de elementos presentes na situação estudada, pois um aspecto supostamente trivial pode ser essencial para a melhor compreensão do problema que está sendo estudado” (Lüdke; André, 2013, p.12). A pesquisa qualitativa apresenta métodos e abordagens variadas que permitem, de acordo com cada situação investigativa, o levantamento e interpretação de dados. De acordo com Flick (2009):

A pesquisa qualitativa trabalha acima de tudo com textos. Os métodos para coleta de informações - entrevistas ou observações - produzem dados que são transferidos em textos através de gravação e transcrição. Os métodos de interpretação partem destes textos. Diferentes roteiros conduzem em direção aos textos do centro da pesquisa, e também conduzem ao afastamento desses textos (FLICK, 2009, p.14).

Diferentemente de uma pesquisa quantitativa, em que a interação entre os dados e o investigador é mais restrita e neutra, na abordagem qualitativa considera-se a influência dos valores, das percepções, das vivências e das interações entre os sujeitos e sobre a forma como concebem o mundo. Texto, contexto, sujeito, objeto, meio, interação e conduzem a interpretação, o que por sua vez, não dispensa (mas reitera) a necessidade de critérios claros e explícitos de obtenção e tratamento da informação.

Isto posto, buscou-se observar o maior número de informações e detalhes no LEM para compreender o problema aqui citado, que são os panoramas dos MD e a observação da organização do local. Procurou-se, através de registros fotográficos, o maior número de detalhes, juntamente com anotações realizadas no papel para se ter o maior número de registros do local.

Outro procedimento técnico utilizado foi a pesquisa bibliográfica, buscando em materiais já elaborados, como livros e artigos (Gil, 2002), como é o funcionamento de um LEM e o que são os materiais didáticos. Portanto, a pesquisa bibliográfica busca realizar uma varredura sobre o que existe do assunto e o conhecimento dos autores que tratam do tema/assunto. Assim sendo, compreende-se que:

[...] a principal vantagem da pesquisa bibliográfica reside no fato de permitir ao investigador a cobertura de uma gama de fenômenos muito mais ampla do que aquela que poderia pesquisar diretamente. Essa vantagem torna-se particularmente importante quando o problema de pesquisa requer dados muito dispersos pelo espaço (GIL, 2002, p. 3).

Assim sendo, a pesquisa necessita de planejamento, que pode ser realizado através das etapas de trabalho, tais como: identificar, localizar e obter documentos pertinentes; critérios de leitura; organização em conjuntos e elaboração de esquemas sobre o tema e subtemas encontrados (MACEDO, 1996).

Para Andrade (2010, p 25), “A pesquisa bibliográfica é habilidade fundamental nos cursos de graduação, uma vez que constitui o primeiro passo para todas as atividades acadêmicas. Uma pesquisa de laboratório ou de campo implica, necessariamente, a pesquisa bibliográfica preliminar”.

A pesquisa bibliográfica é realizada, de acordo com Fonseca (2002, p. 32),

a partir do levantamento de referências teóricas já analisadas, e publicadas por meios escritos e eletrônicos, como livros, artigos científicos, páginas de web sites. Qualquer trabalho científico inicia-se com uma pesquisa bibliográfica, que permite ao pesquisador conhecer o que já se estudou sobre o assunto.

A pesquisa é classificada ainda como estudo de caso, qual seja, dos LEM. Os estudos de caso apresentam as seguintes características: objetivar a descoberta de uma realidade específica, salientar a interpretação dentro de uma dada conjuntura, visando retratar a realidade de uma forma integral e

aprofundada, utilizando diversas informações, permitindo generalizações naturalísticas do leitor, em que o mesmo poderá indagar sobre os aspectos que são transpostos para o contexto do leitor, buscando mostrar as diferentes percepções em uma mesma situação social (Ludke e André, 1986).

Estas informações foram necessárias para um entendimento do espaço analisado e dos materiais presentes nos LEM.

Este estudo teve como foco alguns dos materiais didáticos presentes no LEM, sendo um estudo específico, no qual cada um dos materiais foi observado e, a partir disso, montou-se um roteiro do seu modo de utilizar.

Ao chegar na escola, a acadêmica foi encaminhada para o LEM, onde pôde analisar os materiais presentes e a organização do espaço.

Para haver uma melhor organização dos materiais existentes no LEM, foi inicialmente realizado um levantamento dos materiais presentes naquele ambiente. Assim, foi possível analisar que havia materiais pertencentes a outras disciplinas, como materiais de Física e trabalhos e quadros de Arte também armazenados neste ambiente.

Para melhor visualização e contagem dos materiais, foi realizado o levantamento apenas dos materiais da disciplina de Matemática. Estes materiais estão listados na tabela 1, a seguir.

Tabela 1 - Materiais didáticos do LEM do Colégio Agrícola

Quantidade	Materiais Didáticos	Código de roteiro
1	Blocos de cubos	R1
2	Ciclo trigonométrico	R2
3	Círculo Fracionado	R3
4	Coleção de formas geométricas	R4
5	Espelhos angulares	R5
6	Kit de probabilidade	R6
7	Kit teorema de Pitágoras aluno	R7
8	Kit teorema de Pitágoras professor	R8
9	Multiplano	R9
10	Produtos notáveis	R10
11	Quebra-cabeça	R11
12	Relações métricas do aluno	R12
13	Sólidos geométricos em acrílico	R13
14	Torre de Hanói	R14

Fonte: Os autores (2024).

Estes materiais foram listados em ordem alfabética, de modo que, quando o professor for em busca dos roteiros, todos estarão disponíveis em ordem, facilitando a procura do roteiro pelo nome do material. Foram colocados códigos de roteiros para facilitar na criação dos roteiros, onde cada roteiro possui um código.

Outros materiais não foram listados na tabela, pois são de uso auxiliar, mas que podem ser utilizados tanto no LEM quanto na própria sala de aula, sendo estes materiais: réguas, compassos, esquadros e balança. Estes também podem ser utilizados em outras disciplinas, se necessário.

Buscou-se criar um roteiro de utilização para cada um dos itens listados na Tabela 1. Esta lista de materiais tem como objetivo analisar a quantidade de materiais encontrados no LEM deste colégio analisado.

Nem todos os roteiros foram realizados. O R8, destinado ao professor, não foi elaborado, uma vez que é um material semelhante ao do R7, que é destinado ao aluno. A diferença entre ambos é a presença de imã no material destinado ao professor e o material de outra cor do dos alunos.

Outro material sobre o qual não foi realizado roteiro foi o R11, visto que é um material elaborado por um autor desconhecido e há uma única unidade no LEM. Neste caso, o roteiro descreveu como o material é composto e quais são os seus objetivos. Fica a cargo do professor utilizá-lo na aula, podendo ser utilizado também como um desafio da aula.

É preciso destacar que pode ter ocorrido algum equívoco nas separações dos materiais, pois muitos deles pertenciam à Física. Porém, objetivou-se catalogar todos os materiais relacionados com a disciplina de Matemática.

Além dos materiais didáticos listados na tabela 1, o espaço do Laboratório de Ensino de Matemática possui um quadro, que serve de apoio para explicações, tanto das atividades realizadas como aporte teórico. O espaço conta também com duas mesas grandes e, nestas, 17 cadeiras ao total, que são distribuídas no entorno, favorecendo o trabalho em grupo e o compartilhamento dos materiais didáticos. Contudo, é preciso destacar que a maioria das turmas possui mais alunos do que estas cadeiras podem acomodar.

A mesa destinada ao professor fica na parte da frente, logo na entrada do LEM e em frente ao quadro. A parede de fundo é com o tema matemático, com números e figuras geométricas. Esta parte frontal do LEM pode ser observada da Figura 3.

Figura 3 - Parte frontal do LEM



Fonte: Os autores (2024).

O LEM também possui armários, onde os materiais didáticos ficam guardados. Estes armários servem como bancada para a exposição de alguns materiais didáticos, como é o caso do ciclo trigonométrico e dos sólidos geométricos, que estão distribuídos sobre os armários, como pode ser visto na Figura 4.

Figura 4 - Materiais expostos sobre os armários



Fonte: Os autores (2024).

A estrutura destes armários é precária, pois muitas das gavetas ou não fecham, ou não abrem da maneira correta, ou estão vazias, pois estão quebradas. Assim, não estão em condições de uso. Em algumas delas há um “x” em vermelho, indicando que estas gavetas não devem ser utilizadas. Não foi possível saber se estas possuem materiais dentro ou se foram desativadas completamente.

Do mesmo modo, algumas das portas dos armários não estão devidamente funcionando. De acordo com o observado, é possível analisar o estado das portas dos armários do LEM, uma delas se encontra ao lado, escorada, pois não teve manutenção e não pode ser utilizada, já que os materiais não ficam guardados corretamente.

As portas e as gavetas estão devidamente identificadas com etiquetas em sua parte frontal, para que, ao procurar um material didático, não seja preciso abri-las, facilitando a busca e a organização do local.

Porém, foi possível notar que muito dos materiais didáticos estão fora de seus lugares destinados, dificultando a procura por eles. Este fato pode ter ocorrido depois de uma aula prática ou pelo fato de não haver uma pessoa destinada a organizar e cuidar deste espaço. Outro ponto observado foram os materiais encontrados de forma espalhada, por exemplo, materiais iguais em lugares

diferentes e que, conseqüentemente, alguns deles em lugares não identificados. Exemplo disso foi o conjunto de materiais dos produtos notáveis, que, primeiramente, foi identificado no lugar que possuía a etiqueta nas portas; em seguida; na busca e análise dos demais materiais, foram encontradas outras caixas também com materiais dos produtos notáveis.

Em uma das gavetas foram encontrados materiais feitos em EVA; esta gaveta estava identificada como: Relações métricas do aluno. Contudo, nesta mesma gaveta, foram identificados materiais para uso exclusivo do professor.

Estes materiais sobre as relações métricas do professor tem um diferencial do material dos alunos, sendo que estes possuem no verso do EVA um imã, ou seja, é um material imantado. Este tem o intuito de auxiliar o professor no manuseio e na apresentação para os alunos, porém, o espaço do Laboratório não possui nenhuma superfície em que possa ser utilizado este tipo de material, pois nenhum dos quadros é de metal.

O espaço em geral e sua organização podem ser vistos na Figura 5.

Figura 5 - Organização do espaço do LEM



Fonte: Os autores (2024).


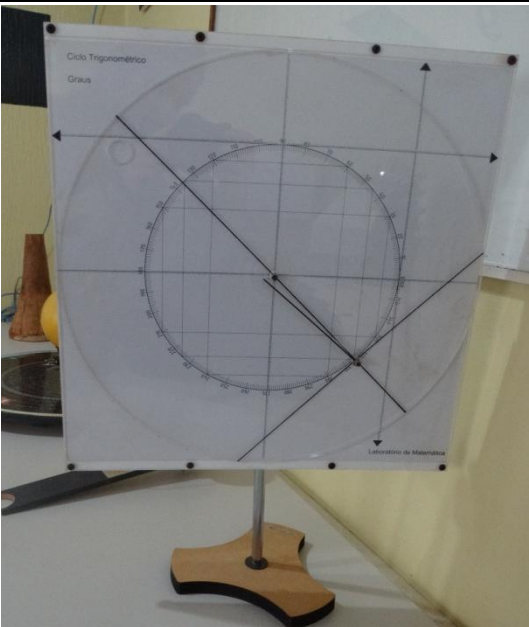
Ressalta-se que, após a elaboração dos roteiros, cada professor que utilizar estes roteiros poderá conduzir as atividades propostas de forma diferenciada, adaptando à realidade escolar vivenciada.


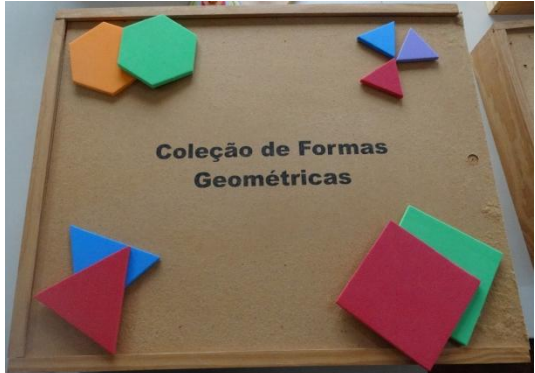


Busca-se, desta forma, auxiliar o professor, dando um norte de onde ele pode começar sua aula ou, até mesmo, prosseguir-la, de acordo com o roteiro disponibilizado.




Assim, o LEM se torna um espaço para “Professores que buscam inovação nas aulas, explorando materiais e instrumentos que promovam a construção do conhecimento, estimulando a capacidade cognitiva de avaliação, análise e síntese, e não mera memorização de conteúdo” (Weber *et al.*, 2008, p.18).


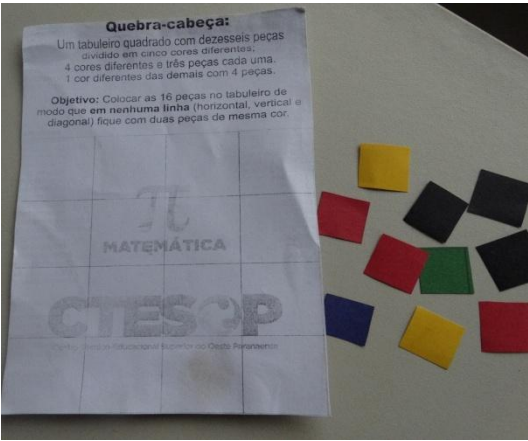


Para que, ao utilizar os MD, o professor saiba quais são os componentes do material, foi criada o Quadro 1, onde consta o nome do material, os seus componentes e uma imagem dele, assim, facilitando o trabalho do professor.


Quadro 1 - Descrição dos materiais

Material	Componentes do material	Imagem
<p>Bloco de cubos</p>	<p>Uma caixa (com os materiais dentro) 60 peças 4 cores de cubos distintos (preto, amarelo, azul e vermelho).</p>	
<p>Ciclo trigonométrico</p>	<p>Contém uma placa com o ciclo trigonométrico, com um suporte para parar em pé.</p>	

Material	Componentes do material	Imagem
Círculo fracionado	Setores circulares (duas angulações), formando círculos, em material de EVA em duas cores.	
Coleção de formas geométricas	Possui as formas geométricas distintas, sendo triângulo, dois modelos de tamanhos, quadrado, hexágono. Esse material é composto por EVA colorido.	
Espelhos planos	Base com marcação dos ângulos de 0° até 180°, e dois espelhos quadrados, onde a estrutura de um dos espelhos é flexível, possibilitando a formação de diferentes ângulos.	
Kit de probabilidade	40 bolas numeradas de 1 a 40. Outras 40 bolas coloridas, destas, 20 são vermelhas, 15 verdes, 5 azuis e uma branca. Fichas numeradas de 1 a 10, tendo 4 conjuntos, um na cor vermelha, um azul, um verde e um amarelo. 10 dados sendo eles: 2 cubos; 2 tetraedros; 2 trapezoides pentagonal, 2 dodecaedros; 2 icosaedros. Duas moedas (cara ou coroa). Doze moedas: Duas moedas de R\$1,00; Duas de R\$0,50; Duas de R\$0,25; Duas de R\$0,10; Duas de R\$0,05; Duas de R\$0,01. 6 roletas: 4 coloridas (uma com 8 divisões iguais, numeradas de 1 a 8, uma com 6	

Material	Componentes do material	Imagem
	divisões iguais, uma com 4 divisões iguais e uma com 3 divisões, sendo que duas delas são iguais); 2 transparentes (uma com 8 divisões iguais e uma com 12 divisões iguais). 1 saco vermelho.	
Kit teorema de Pitágoras aluno	Triângulos, e quadrados de diferentes tamanhos, estas formas geométricas são no material de EVA.	
Kit teorema de Pitágoras professor	Triângulos, e quadrados de diferentes tamanhos, estas formas geométricas são no material de EVA com imã de um dos lados.	
Multiplano	<p>Compartimento superior com hastes, barras de Estatística, Pinos, fixadores, elásticos e base de operações.</p> <p>Compartimento inferior com pinos identificados em Braille, contendo 10 pinos de cada algarismo, sinal ou letra. Multiplano Retangular que possui 546 furos distribuídos em 26 linhas e 21 colunas. Multiplano Circular: Possui 72 furos na circunferência, distribuídos de cinco em cinco graus, além dos furos da extremidade possui 12 furos no seu interior que representam a projeção do raio sobre os eixos, nos ângulos de 30°, 45° e 60° e um furo central.</p>	

Material	Componentes do material	Imagem
Produtos notáveis	<p>Cubo com uma dimensão na cor verde, cubo de dimensões b na cor vermelha.</p> <p>Objeto de dimensões $(a \times a \times b)$ na cor azul, e outro com $(b \times b \times a)$ na cor amarela.</p>	
Quebra-cabeça	<p>Material impresso, com um tabuleiro quadrado sendo 4 por 4, contendo 16 peças, com 5 cores diferentes.</p>	
Relações métricas do aluno	<p>Material em E.V.A, sendo eles triângulos, quadrados e retângulos com anotações nos mesmos.</p>	
Sólidos geométricos em acrílico	<p>Materiais em acrílico, com diferentes propriedades, sendo poliedros regulares, como os prismas e pirâmides. Além de cones, cilindros.</p>	

Material	Componentes do material	Imagem
<p>Torre de Hanói</p>	<p>Base com três pinos 8 discos com diâmetros diferentes (cores diferenciadas).</p>	

Fonte: Os autores (2024).

Para organização do material, a indicação é de que os roteiros elaborados sejam impressos e armazenados dentro do LEM. Ao utilizar os MD e o LEM, tanto o professor ou quanto qualquer outra pessoa poderá encontrar o material e utilizar este roteiro. A recomendação é que haja uma pasta/fichário que contenha todos os roteiros, separados por ordem alfabética, com etiquetas com as letras na parte superior desta pasta. Nesta mesma pasta, pode ser colocado o Quadro 1 com a descrição dos materiais, para que, ao utilizar, o professor possa conferir se os materiais estão completos, de modo que possam ser utilizados da melhor maneira. Assim, os roteiros estarão disponibilizados em apêndices, cada qual em um apêndice separado por páginas, facilitando o manuseio e a organização destes roteiros no LEM do Colégio.

No decorrer desta obra, o objetivo principal foi desenvolver um panorama e apresentar uma catalogação dos materiais didáticos pertencentes ao Laboratório de Ensino de Matemática do Colégio Agrícola Estadual de Toledo. Os objetivos específicos, por sua vez, foram: realizar um levantamento a respeito da quantidade de LEM que o Núcleo Regional de Educação de Toledo possui; analisar quais são os materiais presentes no LEM; analisar a organização do LEM; elaborar roteiros de aula com materiais didáticos de um LEM já estruturado e presente no Colégio Agrícola Estadual de Toledo, pertencente ao Núcleo Regional de Educação de Toledo, disponibilizando estes materiais para a SEED; facilitar o manuseio de Materiais Didáticos pelos professores e interessados. Para tanto, buscou-se autores que discorrem sobre a importância de laboratórios e aulas práticas, sobre a Matemática e sua relação com o Laboratório de Ensino de Matemática, destacando suas vantagens.

Mediante ao exposto, na busca de possibilidades de uso dos materiais didáticos presentes no Laboratório de Ensino de Matemática, observou-se que a quantidade de colégios pertencentes ao Núcleo Regional de Educação de Toledo que possuem Laboratórios de Ensino de Matemática é baixa, se comparada ao número de colégios totais.

O uso de material didático do Laboratório de Ensino de Matemática pode garantir que o professor possa se apoiar em suas atividades curriculares. Deste modo, a elaboração de roteiros para conduzir uma aula vem como a proposta de facilitar a utilização dos materiais didáticos. Estes roteiros visam otimizar o tempo do professor no planejamento da aula com estes materiais didáticos. A catalogação dos materiais didáticos em formas de quadro facilita a visualização por parte do professor, e até mesmo dos alunos, ao buscarem pelo material ou ao identificarem quais são os componentes deste.

Conforme a tabela 1, que contém os materiais didáticos do LEM do Colégio Agrícola, é possível ter um controle dos materiais que pertencem ao LEM, desta forma obtendo a catalogação de todos os materiais destinados à área da Matemática. Juntamente com o quadro 1, que faz a descrição dos materiais, bem como os roteiros disponíveis nos apêndices 1,2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 e 12, estes roteiros e manuais podem auxiliar na organização do espaço e facilitar o manuseio destes materiais, podendo auxiliar, inclusive, na relação entre teoria e prática, como é previsto na Lei de Diretrizes e Bases da Educação (LDB), e, conseqüentemente, facilitando o aprendizado do aluno. Destaca-se que estes roteiros podem ser modificados conforme necessário, buscando sempre melhorias na sua utilização.

Alves, D. R. S.; Mello Arruda, S.; Passos, M. M. (2023). Descrição das ações docentes de estudantes de um curso de licenciatura em Ciências Exatas em aulas de Matemática com jogos. *REAMEC - Rede Amazônica De Educação Em Ciências E Matemática*, 11(1), e23063. Disponível em: <https://periodicos.ufmg.br/index.php/rbpec/article/view/4245>. Acesso em 19 jun. 2025.

ALVES, D. R. S.; BANHEZA, K. V. G.; GOMES, M. C. D.; DETSCH, D. T. Jogos matemáticos e educação não formal: um relato de experiência. *CONTRIBUCIONES A LAS CIENCIAS SOCIALES*, [S. l.], v. 16, n. 7, p. 6086–6099, 2023. DOI: 10.55905/revconv.16n.7-052. Disponível em: <https://ojs.revistacontribuciones.com/ojs/index.php/clcs/article/view/1132>. Acesso em: 2 jul. 2024.

ALVES, D. R. S.; BISCONSINI, V. R.; CABRAL, W. O.; MARTENS, A. S.; OLIVEIRA, W. P.; PARRALES, R. S. **Educação Formal: Jogos como atividade de ensino de matemática**, In: XI Encontro Paranaense de Educação Matemática, 2011, Apucarana, Paraná.

ANDRADE, M. M. **Introdução à metodologia do trabalho científico: elaboração de trabalhos na graduação**. São Paulo: Atlas, 2010.

BENINI, M. B. C. **Laboratório de Ensino de Matemática e Laboratório de Ensino de Ciências: uma comparação**. 2006. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina (PR), 2006.

BIANCHINI, G.; GERHARDT, T.; DULLIUS, M. M. Jogos no ensino de matemática “quais as possíveis contribuições do uso de jogos no processo de ensino e de aprendizagem da Matemática?”. *Revista Destaques Acadêmicos*, [S. l.], v. 2, n. 4, 2011. Disponível em: <https://www.univates.br/revistas/index.php/destaques/article/view/83>. Acesso em: 30 maio. 2024.

BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. K. **Investigação qualitativa em educação: uma introdução à teoria e aos métodos**. Porto: Porto Editora, 1994.

BRAZ, L. H. C.; MORAIS, Á. R. S.; MIRANDA, P. K.; DE OLIVEIRA, P. R. O jogo e o ensino de matemática: uma experiência de revisão de conceitos aritméticos básicos com alunos do 1º ano do ensino médio. *ForScience*, Belo Horizonte, v. 6, n. 1, p. 1-17, 2018. Disponível em: <http://dx.10.29069/forscience.2018v6n1.e00349>

BRASIL. **Lei nº 9394/96, de 20 de dezembro de 1996**. Estabelece as diretrizes e bases da educação nacional. Disponível em: https://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/19394.htm. Acesso em: 04 set. 2024.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Ensino Médio. Bases Legais**. Brasília: MEC/SEF, 2000.

CEZARI, V. G. F.; GRANDO, Regina C. Cultura de aula de matemática presente nas narrativas de formação por professores do ensino fundamental. *Horizontes*, Itatiba, v. 26, n. 1, p. 89-96, jan./jun. 2008.

CRUZ, J. B da. Laboratórios. In: MEC, Governo Federal. Profucionário: Curso Técnico de Formação para os funcionários da educação. Brasília: Universidade de Brasília, 2007.

D'AMBRÓSIO, U. Matemática, ensino e educação: uma proposta global. Temas & Debates, São Paulo, 1991.

FLICK, U. **Introdução à pesquisa qualitativa**. 3. ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.

FONSECA, J. J. S. **Metodologia da pesquisa científica**. Fortaleza: UEC, 2002.

GERVÁZIO, S. N. Materiais concretos e manipulativos: uma alternativa para simplificar o processo de ensino/aprendizagem da matemática e incentivar à pesquisa. **Revista Eletrônica Paulista de Matemática**, Bauru, v. 9, p. 42-55, jul. 2017. Disponível em: <http://www.fc.unesp.br/#!/departamentos/matematica/revista-cqd/> Acesso: 29 jul. 2025

GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa**. São Paulo: Atlas, 2002.

GOMES, M. C. D.; ALVES, D. R. S.; DETSCH, D. T. Jogos matemáticos como uma ferramenta de ensino. **Extensão em Foco**, Curitiba, n. 27, p. 172-191, 2022. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.5380/ef.v0i27.80668>

GRANDO, R. C. O Conhecimento Matemático e o Uso de Jogos na Sala de Aula. 2000. 239f. **Tese**, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2000. Disponível em: <http://repositorio.unicamp.br/Acervo/Detalhe/210144>. Acesso em: 30 ago. 2023.

GRANDO, R. C. Recursos didáticos na educação Matemática: Jogos e materiais manipulativos. **Revista Eletrônica Debates em Educação Científica e Tecnológica**, v. 5, n. 02, p. 393-416, 2015. Disponível em: <http://revistaseletronicas.pucrs.br/ojs/index.php/graduacao/article/viewFile5969/4319>. Acesso em: 30 ago. 2023.

INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS. **Catálogo de recursos**. Laboratório de ensino de Matemática. Universidade Federal do Sul e Sudeste do Pará. Faculdade de matemática. Campus CAMAR, Marabá- PA, 2018.

KISHIMOTO, T. M. O jogo e a educação infantil. Jogo, brinquedo, brincadeira e a educação. Tradução. São Paulo: Cortez, 2009

_____. O jogo e a educação infantil. São Paulo: Pioneira, 1994.

LORENZATO, S. **O laboratório de ensino de Matemática na formação de professores**. Campinas, SP: Autores associados, 2006.

MACEDO, N.D. **Iniciação à Pesquisa Bibliográfica**. São Paulo: Unimarco, 2º ed, 1996.

LÜDKE, M.; ANDRÉ, M. E. D. A. **Pesquisa em educação: Abordagens qualitativas**. 2. ed. Rio de Janeiro: EPU, 2013.

MANOSSO, M. V. B. O Laboratório de ensino de Matemática como ambiente Motivador na construção do conhecimento pelo aluno do ensino médio. In: PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. Superintendência de Educação. **Os Desafios da Escola Pública Paranaense na Perspectiva do Professor PDE: Produção Didático-pedagógica**, 2013. Curitiba: SEED/PR., 2016. Disponível em: <http://www.gestaoescolar.diaadia.pr.gov.br/modules/conteudo/conteudo.php?conteudo=20>. Acesso em: 04 set. 2024.

MOURA, P. C.; VIAMONTE, A. J. Jogos matemáticos como recurso didático. **Revista da Associação de Professores de Matemática**, v. 3, n. 2, p. 1-9, 2006. Disponível em: <https://docplayer.com.br/298911-Jogos-matematicos-como-recurso-didactico-paula-cristina-moura-ana-julia-viamonte-universidade-portugalense-paulacmouraster-gmail-com-ajs-upt.html>. Acesso em: 19 jun. 2024.

OGLIARI, L. N. **A matemática no cotidiano e na sociedade: perspectivas do aluno do ensino médio**. 2008. 146 f. Dissertação (Mestrado em Ciências e Matemática) - Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Porto Alegre (RS), 2008.

OLIVEIRA, A. M. N. **Laboratório de ensino e aprendizagem em Matemática: as razões de sua necessidade**. 1983. Dissertação (Pós-graduação em Educação) - Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 1983.

PARANÁ. **Diretrizes Curriculares da Rede Pública de Educação do Estado**. Curitiba, PR: SEED, 2008.

PARANÁ. **Referencial curricular para o ensino médio do Paraná**. Secretaria de Estado da Educação e do Esporte. Curitiba: SEED/PR, 2021.

PONTE, J. P. Matemática: Uma disciplina condenada ao insucesso. **NOESIS**, 1994, n. 32, p. 2.

RÊGO, R. M; RÊGO, R.G. Desenvolvimento e uso de materiais didáticos no ensino de matemática. In: LORENZATO, Sérgio Aparecido. **O laboratório de ensino de Matemática na formação de professores**. Campinas, SP: Autores associados, 2006.

RODRIGUES, F. C; GAZIRE, E.S. Os diferentes tipos de abordagem de um laboratório em Matemática e suas contribuições para a formação de professores. **REVEMAT**. Florianópolis (SC), v.10, n. 1, p. 114-131, 2015.


SANTOS, J. A. V dos; CUNHA, D da S. O uso do laboratório no ensino da Matemática: Desafios e possibilidades encontradas pelos professores em suas práticas pedagógicas. **Revista Educação Pública**, v. 21, n. 41, 16 de novembro de 2021. Disponível em: <https://educacaopublica.cecierj.edu.br/artigos/21/41/o-uso-do-laboratorio-no-ensino-da-matematica-desafios-e-possibilidades-encontradas-pelos-professores-em-suas-praticas-pedagogicas>. Acesso em: 08 out. 2024.

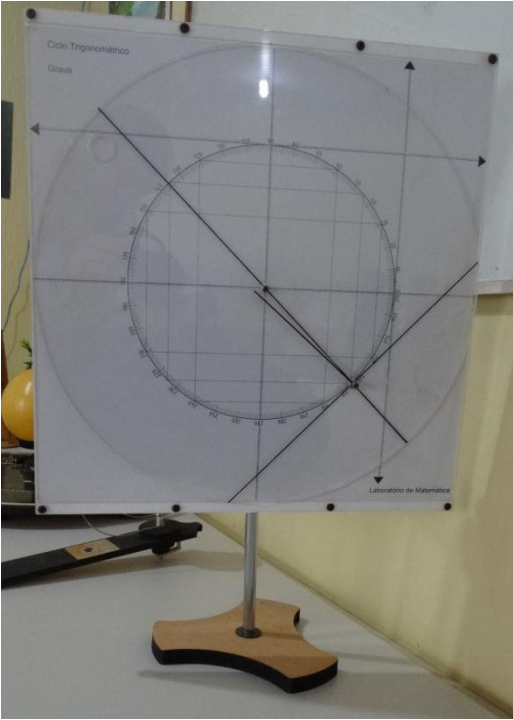
STABACK, C. E.; MAFFI, G. M.; BANHEZA, K. V. G.; JEZUS, M. T. de; ALVES, D. R. S. Educação Não-Formal: Ensinando Matemática através de Jogos. In: **VI Simpósio Nacional de Ensino de Ciência e Tecnologia. Anais...** Ponta Grossa, Paraná, 2018. Disponível em: <http://www.sinect.com.br/2018/selecionados.php> Acesso em: 03 mar. 2024.

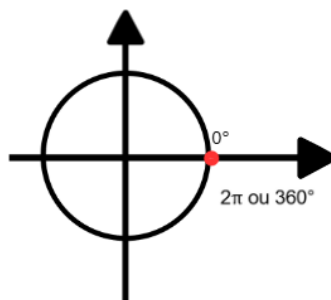
SILVA, R. C. da; SILVA, J. R. da. O papel do laboratório no ensino de Matemática. In: **Encontro Nacional de Educação Matemática**, 2004. Disponível em: <https://www.sbem.com.br/files/viii/pdf/07/RE75541815487.pdf>. Acesso em: 11 out. 2024.

TAHAN, M. **Didática da Matemática**. São Paulo: Editora Saraiva, 1962.

WEBER, E. *et al.* Implementação do Laboratório de Ensino de Matemática em Escolas de Educação Básica: repensando o processo de ensino e aprendizagem. **Revista Insignare Scientia**, v. 1, n. 2. maio. /ago. 2018. Disponível em file:///C:/Users/Usuario/Downloads/7797-Texto%20do%20artigo-31932-1-10-20180824.pdf. Acesso em: 12 out. 2024.

<p>Material didático</p>	
<p>Conteúdo</p>	<p>Área e volume</p>
<p>Público alvo</p>	<p>Ensino médio</p>
<p>Duração</p>	<p>1 hora</p>
<p>Metodologia</p>	<p>Para realizar as atividades, os alunos são divididos em grupos para que todos utilizem o material. Em sequência, é realizada uma revisão sobre a os conceitos sobre área e volume. Enfatizando que cada cubo tem as dimensões de uma unidade, para que ao realizar atividade todos fique com a mesma referência.</p> <p>O primeiro processo realizado uma construção de uma superfície plana, onde é possível mostrar através da contagem dos cubos sua área, e em seguida será realizada a montagem de um paralelepípedo de mesmas dimensões por todos os grupos. Assim todos os grupos podem efetivar os cálculos e comparar os resultados.</p> <p>Outro processo será a montagem com os cubos de diversos paralelepípedo com estes cubos (se possível utilizar as cores distintas na representação das dimensões como, altura, comprimento e largura). Para que os alunos possam fazer o comparativo, é indicado a realização de uma tabela com os dados, sendo eles, altura, comprimento, largura, área e o volume. Assim analisando quais as características em comuns entre eles, e se as áreas e volumes encontrados possuem o mesmo valor.</p> <p>Esta prática favorece a diferença entre a área e o volume.</p>
<p>Referência</p>	<p>Não consta referência</p>

<p>Material didático</p>	 <p>Fonte: Os autores (2024).</p>
<p>Conteúdo</p>	<p>Trigonometria</p>
<p>Público alvo</p>	<p>Ensino Fundamental e Médio</p>
<p>Duração</p>	<p>1 hora</p>
<p>Metodologia</p>	<p>Utilizando o material do ciclo trigonométrico é possível demonstrar os conceitos básicos de um ciclo trigonométrico. Será iniciado entendendo o conceito de círculo trigonométrico.</p> <p>Círculo trigonométrico O círculo trigonométrico é uma circunferência de raio 1 usada para representar números reais relacionados a ângulos. Sendo assim, cada ponto da circunferência está relacionado a um número real, que, por sua vez, representa um ângulo.</p> <p>Se o centro de um círculo estiver sobre o ponto $O = (0,0)$ do plano cartesiano e, como o raio dele é r, pode-se calcular seu comprimento da seguinte maneira:</p> $C = 2 \cdot \pi \cdot r$ <p>Serão abordados os conceitos de amplitude.</p> <p>1º passo da atividade, será a demonstração da ideia de volta. Temos que o comprimento total da circunferência é $2 \cdot \pi$, pois estamos considerando raio igual a 1. Observando que uma volta completa forma o ângulo de 360°. Assim $2 \cdot \pi$ está relacionado com 360°, como é possível analisar na imagem.</p>



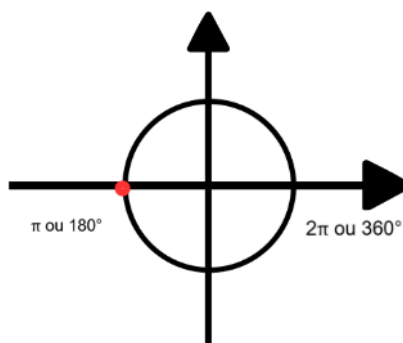
FONTE: Os autores (2024).

Todo número real pode ser representado no círculo trigonométrico. Mas os mais utilizados em função de π é 90° , 180° , 270° e 360° .

Ao assumir que as voltas sejam realizadas no sentido anti-horário, é possível realizar o cálculo do valor correspondente a meia volta, equivalente a 180° :

Temos assim que

$$\frac{C}{2} = \frac{2\pi}{2} = \pi$$



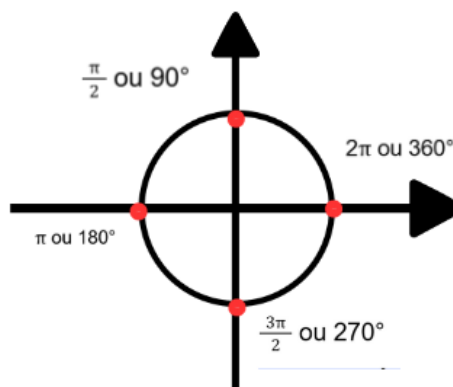
FONTE: Os autores (2024).

Se temos que 180° é π , 90° é metade disso, assim temos

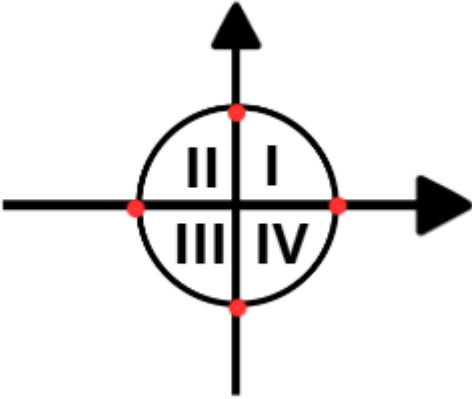
$$90^\circ = \frac{\pi}{2} \text{ rad}$$


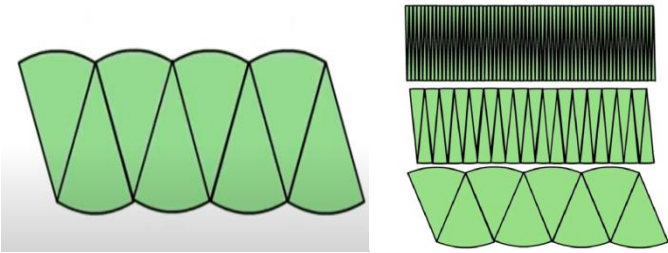
E 270° temos que é 180° mais 90° assim

$$\frac{2\pi}{2} + \frac{\pi}{2} = \frac{3\pi}{2}$$

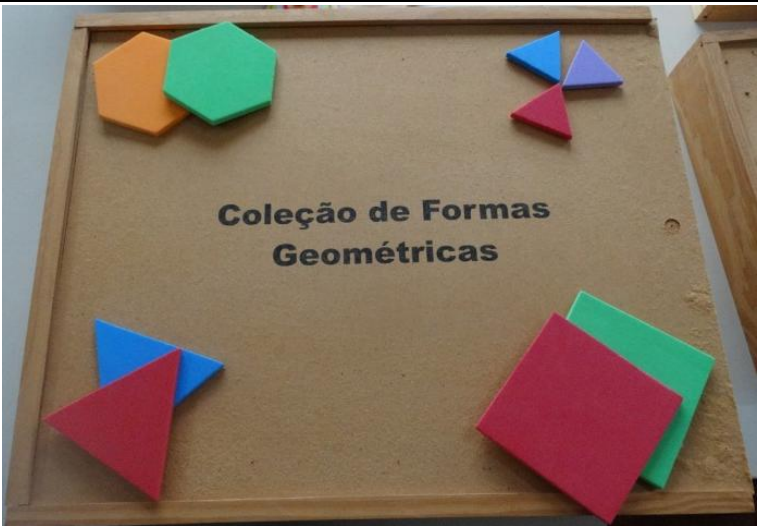


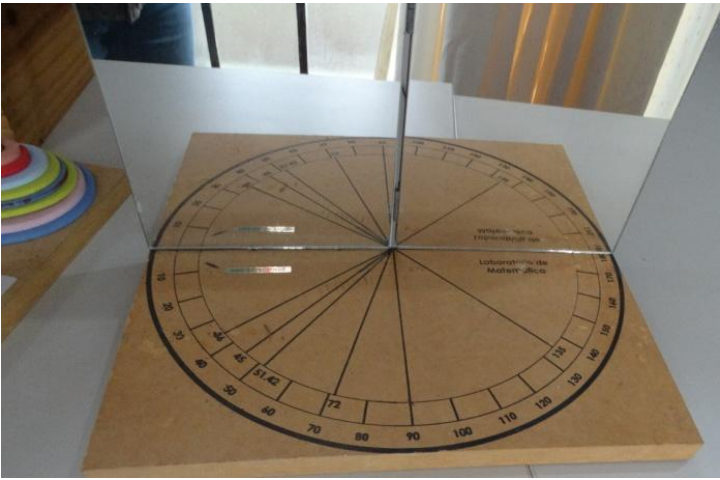

FONTE: Os autores (2024).

	<p>2º passo: quadrantes</p> <p>Os ângulos citados de 90°, 180°, 270° e 360°, são posição representantes dos quadrantes.</p>  <p>FONTE: Os autores (2024).</p>
<p>Referência</p>	<p>VENTURA, L. M.B. Ciclo Trigonométrico. Formação continuada para professores de Matemática. 2013. Disponível em: https://canal.cecierj.edu.br/012016/743f8a1341e247e5ecae5c4a7f418a13.pdf. Acesso em: 05 de nov. 2024.</p>

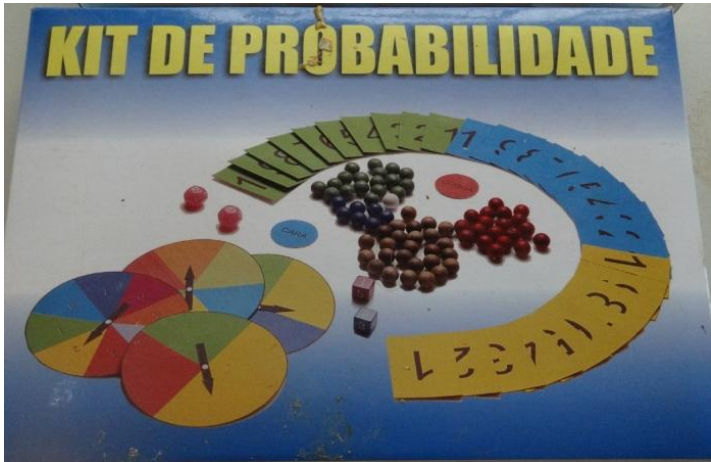

<p>Material didático</p>	 <p>FONTE: Os autores (2024).</p>
<p>Conteúdo</p>	<p>Área do círculo</p>
<p>Público alvo</p>	<p>Ensino médio</p>
<p>Duração</p>	<p>1 hora</p>
<p>Metodologia</p>	<p>Com o material distribuído para os grupos, é realizado o questionamento inicial para contextualização. Os questionamentos podem ser:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Qual figura geométrica é possível formar? • Qual é a imagem ou objeto que é possível relacionar este material? <p>Assim sendo proposto o primeiro desafio.</p> <p>Com a utilização do material, os grupos devem encontrar uma maneira de calcular a área do círculo, para isto possuem as ferramentas de medidas, como régua e transferidor.</p> <p>Assim após o tempo estimado para debate dos alunos, é realizada a apresentação de como é feita dedução da fórmula da área do círculo.</p> <p>Primeiramente são colocados todos os setores circulares juntos formado um círculo. Com os setores de metade do círculo posiciona todos com a pontas para cima, e a outra metade coloca-se na parte superior encaixando as pontas, para que se aproxime de um paralelogramo. Assim como na imagem abaixo</p>  <p>Fonte: IVEPESP (2017).</p> <p>Sendo assim quanto menor o ângulo dos setores circulares, mais próximo ficará de um retângulo.</p> <p>Desta forma para calcular a área do retângulo temos a fórmula $A=b.h$, onde b é a base e h é a altura, ao analisar o retângulo formado pelos alunos, eles devem analisar que a altura é dada pelo raio da circunferência, $h=r$, e a base é a metade do comprimento da circunferência ou perímetro, ou seja $b= \frac{2.\pi.r}{2}$, assim $b=\pi.r$ com isso a área do círculo através do retângulo é igual a:</p> $A= b.h$ $A= \pi.r.r$ $A= \pi.r^2$

	<p>Com isso é passado exercícios relacionados com o cotidiano dos alunos.</p> <p>Exercício 1- Calcular a área de uma pizza com raio de 10 cm.</p> <p>Exercício 2- calcular a área do fundo de uma lixeira circular com diâmetro de 30 cm.</p>
Referência	<p>IVEPESP. Área do círculo! You Tube. 10 de maio de 2017. Disponível em: https://youtu.be/Jfnq9AxroJg?si=cwBwi6r_NqQ3uGVK. Acesso em 02 de outubro de 2024.</p>


<p>Material didático</p>	 <p style="text-align: right; font-size: small;">Fonte: Os autores (2024).</p>												
<p>Conteúdo</p>	<p>Área</p>												
<p>Público alvo</p>	<p>Ensino Médio</p>												
<p>Duração</p>	<p>1 hora</p>												
<p>Metodologia</p>	<p>Inicialmente serão apresentados os conceitos relacionados a área de figuras geométricas.</p> <p>Após a aula sobre os conceitos e dedução das fórmulas referentes as áreas, como forma de exercitar os conceitos a atividade será o cálculo das áreas pertencentes a coleção de formas geométricas.</p> <p>Cada aluno deve pegar uma unidade de cada forma.</p> <p>Cada forma geométrica será enumerada, para possíveis comparações. Com isso será montada uma tabela com os dados e em sequência preenchimento com os dados referentes a área.</p> <p style="text-align: center;">Tabela – Área das Formas Geométricas</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th style="text-align: center;">Material</th> <th style="text-align: center;">Área</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1- Quadrado</td> <td></td> </tr> <tr> <td>2- Triângulo(menor)</td> <td></td> </tr> <tr> <td>3- Triângulo(maior)</td> <td></td> </tr> <tr> <td>4- Retângulo</td> <td></td> </tr> <tr> <td>5- Hexágono</td> <td></td> </tr> </tbody> </table> <p style="text-align: center;">Fonte: Os autores (2024).</p> <p>Utilizando materiais de medida como régua, tirar as medidas das dimensões destas figuras.</p> <p>Com os dados retirados, calcular as áreas de todas as formas preenchendo a tabela.</p> <p>Com todos os dados preenchidos, será feita a comparação entre os resultados encontrados, assim analisando as medidas das dimensões estão corretas, e também o cálculo realizado.</p>	Material	Área	1- Quadrado		2- Triângulo(menor)		3- Triângulo(maior)		4- Retângulo		5- Hexágono	
Material	Área												
1- Quadrado													
2- Triângulo(menor)													
3- Triângulo(maior)													
4- Retângulo													
5- Hexágono													
<p>Referência</p>	<p>Não consta referência.</p>												

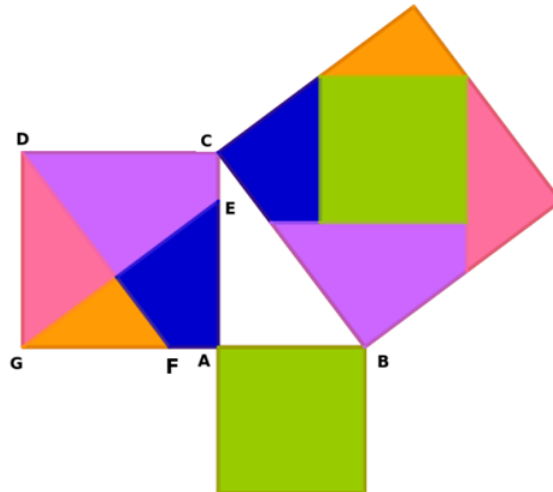
<p>Material didático</p>	 <p>Fonte: Os autores (2024).</p>
<p>Conteúdo</p>	<p>Ângulos</p>
<p>Público alvo</p>	<p>Ensino fundamental</p>
<p>Duração</p>	<p>1 hora</p>
<p>Metodologia</p>	<p>Cada grupo de alunos terá o material didático em mãos, e terá que escolher um objeto que seja menor que os espelhos, para colocar entre os espelhos, podendo ser um objeto como a borracha, um apontador.</p> <p>Colocando o espelho em uma superfície plana, podendo ser na mesa, inicialmente colocando os espelhos formando 90°. De acordo com a imagem:</p>  <p>Fonte: Os autores (2024).</p> <p>Com isso cada grupo terá que anotar as informações, sobre, a angulação, quantas imagens se forma. Indicado fazer com 10 ângulos distintos.</p> <p>Após a realização das observações cada grupo deve debater a respeito dos dados analisados, e entender qual é o padrão do número de imagens com o ângulo formado.</p> <p>Assim é apresentado, a relação entre o ângulo entre os espelhos e o número de imagens sendo:</p> $N = (360/\alpha) - 1$ <p>Onde N= número de imagens α= ângulo</p>

Referência	ASSIS, G. Espelhos planos: 1000 e uma utilidades . 28 de março de 2023. Disponível em: https://fisicacuriosa.com/espelhos-planos-mil-e-uma-utilidades/ . Acesso em: 04 de nov. 2024.
-------------------	---

<p>Material didático</p>	 <p>Fonte: Os autores (2024).</p>
<p>Conteúdo</p>	<p>Probabilidade e análise combinatória</p>
<p>Público alvo</p>	<p>Ensino Médio</p>
<p>Duração</p>	<p>2 horas</p>
<p>Metodologia</p>	<p>Este kit permite diversas atividades, para isto serão realizados vários testes. Temos que:</p> <ul style="list-style-type: none"> • O espaço amostral é o conjunto Ω • Conjunto dos elementos é A • $n(\Omega)$ e $n(A)$ são suas respectivas cardinalidades dos conjuntos Ω e A <p>1ª atividade: Com a sacolinha contendo 40 bolinhas numeradas de 1 a 40. Qual a probabilidade de pegar uma bolinha que seja um número par?</p> <p>Neste exercício temos o espaço amostral de $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, \dots, 40\}$, o conjunto dos números pares é $A = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, \dots, 40\}$.</p> <p>Queremos saber a probabilidade do evento A ocorrer. Sabemos que a cardinalidade de Ω é 40, e de A é 20 temos assim que:</p> $P(A) = \frac{20}{40} = \frac{1}{2}$ <p>2ª atividade: De acordo com a imagem responda:</p>  <p>Fonte: Os autores (2024).</p> <p>Qual a probabilidade de cair o ponteiro na cor vermelha?</p> <p>É possível analisar que a cor amarela ocupa metade da roleta enquanto o vermelho e o verde ocupam um quarto dela.</p> <p>Assim, o espaço amostral é o conjunto $\Omega = \{\text{verde, vermelho, amarelo, amarelo}\}$. O conjunto $V = \{\text{vermelho}\}$. Queremos saber a probabilidade de sair vermelho na roleta, assim</p>

	$P(V) = \frac{n(v)}{n(\Omega)} = \frac{1}{4}$ <p>Qual a probabilidade de cair o ponteiro na cor amarela? Temos que o conjunto $A = \{\text{amarelo, amarelo}\}$. Assim a probabilidade de sair amarelo é:</p> $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$ <p>3ª atividade: Pegue três moedas, uma de um real, uma de cinquenta centavos e uma de vinte e cinco centavos. De quantas e quais as maneiras que é possível dispor estas moedas? A moedas podem ser dispostas por $3! = 3 \times 2 \times 1 = 6$.</p> <p>4ª atividade: um saco contém 4 bolas azuis e 3 verdes, quantas são as maneiras de tirar 2 bolas? No total temos 7 bolas, utilizando a fórmula, temos</p> $C_{n,p} = \frac{n!}{p!(n-p)!}$ $C_{n,p} = \frac{7!}{2!(7-2)!} = 21$
<p>Referência</p>	<p>COQUEIRO, V.dos S. <i>et al.</i> Manual didático para o uso dos materiais do laboratório de Matemática do programa brasil profissionalizado. Disponível em: https://campomourao.unespar.edu.br/editora/documentos/manual-didatico.pdf. Acesso em 10 nov. 2024.</p>

<p>Material didático</p>	
<p>Conteúdo</p>	<p>Teorema de Pitágoras</p>
<p>Público alvo</p>	<p>Ensino Médio</p>
<p>Duração</p>	<p>30 minutos</p>
<p>Metodologia</p>	<p>O Teorema de Pitágoras diz que “a soma dos quadrados dos catetos é igual ao quadrado da hipotenusa””, ($a^2 + b^2 = c^2$), ele descreve uma relação existente no triângulo retângulo.</p> <p>Sendo que o Triângulo retângulo é identificado pela existência de um ângulo de 90°.</p> <p>Vamos demonstrar com o material que “a soma dos quadrados dos catetos é igual ao quadrado da hipotenusa”, mostrando a veracidade do Teorema de Pitágoras.</p> <p>Com a utilização do kit vamos construir o quadrado de tangram.</p> <p>Este representará o quadrado da hipotenusa.</p> <p>Nesta atividade busque formar este quadrado sobre uma folha, marcando o contorno do quadrado, pois estas mesmas “peças” serão desmontadas e utilizadas em sequência. Formando o quadrado com lado CB. Em sequência com as mesmas peças montar dois outros quadrados. Desta forma ao montar os quadrados e juntá-los, teremos a demonstração na prática do Teorema de Pitágoras. Onde o lado CB representa a hipotenusa (c), CA e AB os catetos (a) e (b), assim temos que</p> $c^2 = a^2 + b^2$



Fonte: Almeida; Lima; Lima (2024).

Exemplo:

Calcular a medida da hipotenusa, sabendo que um cateto é 3 cm e o outro 4 cm.

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$c^2 = 3^2 + 4^2$$

$$c^2 = 9 + 16$$

$$c = \sqrt{25}$$

$$c = 5 \text{ cm}$$

Referência

ALMEIDA, M, de F. LIMA, C. LIMA, C. Brincando com a Matemática: Sugestões didático-pedagógicas do GT de Matemática -11ª CRE. Disponível em: <https://matematicatransformadora.com/Apostila/Desktop.html>. Acesso em: 10 de nov. 2024.

<p>Material didático</p>	 <p>Fonte: Os autores (2024).</p>
<p>Conteúdo</p>	<p>Elipse</p>
<p>Público alvo</p>	<p>Ensino Médio</p>
<p>Duração</p>	<p>30 minutos</p>
<p>Metodologia</p>	<p>Este material pode ser utilizado de diversas formas em vários conteúdos. É utilizado no ensino da Matemática e Estatística.</p> <p>O assunto abordado será a construção de elipses, primeiramente vamos abordar o que é uma elipse.</p> <p>Esta atividade pode ser desenvolvida individualmente, ou em grupo, utilizando-se mais placas ou do lado da outra. E um barbante com tamanha menor do que a largura das placas.</p> <p>1 passo para construção é a marcação dos vértices, a distância entre os vértices deve ser medida com um barbante com um laço nas pontas, entre os vértices é preciso marcas pontos que sejam equidistantes, sendo chamados estes de focos.</p> <p>Com o barbante em mãos, pegar a parte que contém o laço e prender em um dos focos.</p> <p>Com uma pecinha esticando o bastante, deve-se fazer marcações para encontrar pontos da elipse.</p> <p>Com isto, temos a formação da elipse, assim entendendo alguns conceitos sobre ela, a partir da construção. Conceitos esses sobre os vértices, excentricidade da elipse, onde é realizada a construção com os focos perto do centro e, em seguida próximo dos vértices, assim analisando o comportamento da elipse.</p>
<p>Referência</p>	<p>MULTIPLANOCANAL. Multiplano Video 57: Construção de Elipses. https://youtu.be/XkWn3Bj86eA?si=chCwumvS4BX9U6Dt. Acesso em 04 nov. 2024.</p>

<p>Material didático</p>	 <p>Fonte: Os autores (2024).</p>
<p>Conteúdo</p>	<p>Produtos Notáveis</p>
<p>Público alvo</p>	<p>Ensino Fundamental</p>
<p>Duração</p>	<p>1 hora</p>
<p>Metodologia</p>	<p>Para os cálculos será usado:</p> <ul style="list-style-type: none"> a - representa o primeiro termo da expressão b - representa o segundo termo da expressão <p>1-O quadrado da soma de dois termos</p> <p>Para resolver $(a+b)^2$ é necessário utilizar a propriedade distributiva da multiplicação.</p> $(a+b)^2 = (a+b) \cdot (a+b) = a^2 + 2ab + b^2$ <p>Para visualizar cada grupo de alunos irá montar a representação através dos materiais disponíveis. Primeiro passo é fazer a identificação dos objetos.</p> <p>Identificando qual representa a e b, e por consequência a^2 e b^2.</p> <p>De modo a encontrar o objeto com dimensões a.b, com as medidas de a e b já expostas basta comparar com os demais materiais.</p> <p>Com a^2, duas unidades de ab e b^2 em mãos, os alunos devem organizar de maneira que lhes fique organizado.</p> <p>Em sequência é apresentado a ideia inicial de maneira semelhante a imagem a seguir:</p>  <p style="text-align: center;">Fonte: Novaes (2024).</p>

Assim é possível analisar o quadrado encontrado com $(a+b)$. $(a+b) = a^2 + 2ab + b^2$, que representa a área do quadrado.

2- O quadrado da diferença de dois termos

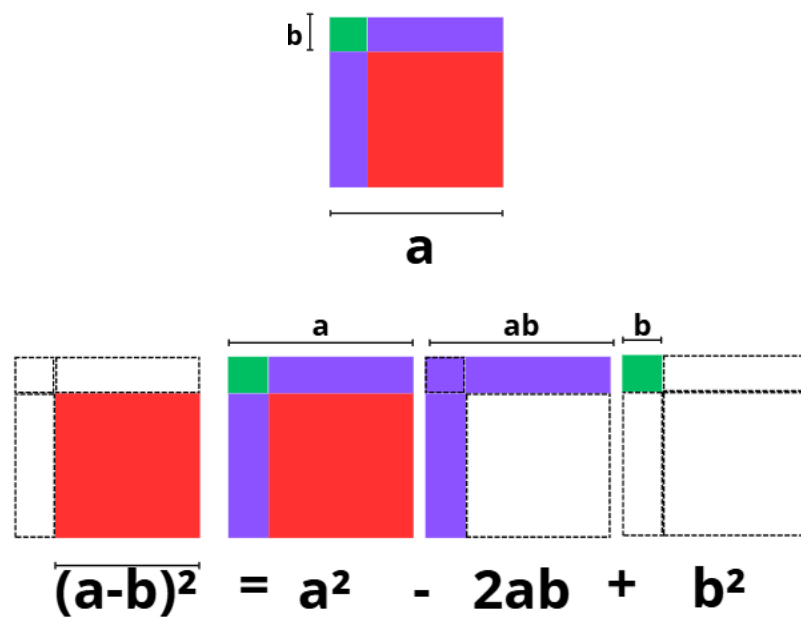
Para calcular $(a-b)^2$ é necessário utilizar a propriedade distributiva da multiplicação, assim

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

Desta forma temos que o quadrado da diferença de dois termos é o quadrado do primeiro, menos duas vezes o primeiro termo vezes o segundo termo, mais o quadrado do segundo termo.

Para visualizar, cada grupo de aluno, de acordo com as caracterizações feitas anteriormente, de a^2 , ab e b^2 , devem analisar o que este cálculo implica.

Assim apresentado através dos materiais disponíveis, semelhantemente com a imagem:



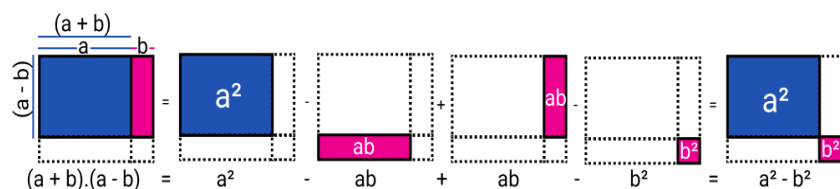
Fonte: Autor (2024).

3- O produto da soma pela diferença de dois termos

Para calcular $(a+b) \cdot (a-b)$ é necessário realizar a propriedade distributiva, assim

$$(a+b) \cdot (a-b) = a^2 - ab + ab - b^2 = a^2 - b^2$$


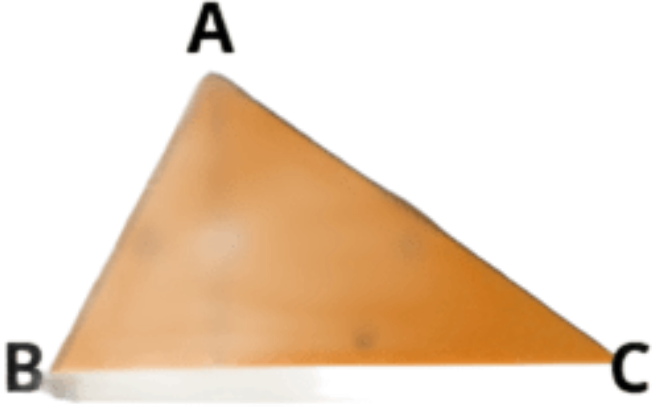
Desta forma o produto da soma pela diferença é o primeiro termo ao quadrado menos o segundo termo ao quadrado. Assim para que os alunos visualizem, é montado com os materiais semelhantemente a imagem abaixo:



Fonte: Novaes (2024).

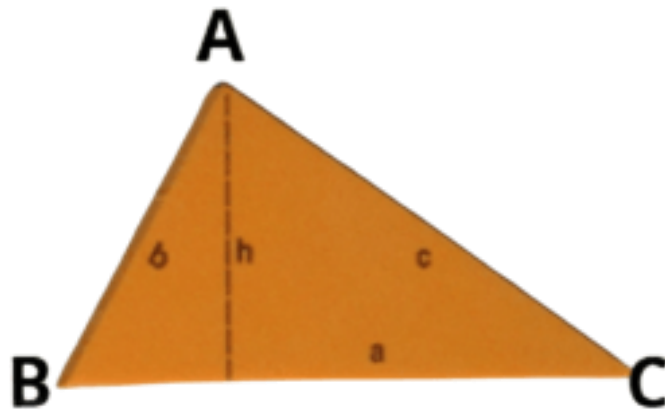
Referência

NOVAES, J.C. **Produtos Notáveis: Veja as Propriedades**. Matemática Básica, 2024. Disponível em: https://matematicabasica.net/produtos-notaveis/#google_vignette. Acesso dia 31 out. 2024.

<p>Material didático</p>	 <p>Fonte: Os autores (2024).</p>
<p>Conteúdo</p>	<p>Relações métrica do Triângulo retângulo.</p>
<p>Público alvo</p>	<p>Ensino Fundamental</p>
<p>Duração</p>	<p>1 hora</p>
<p>Metodologia</p>	<p>O objetivo é entender as relações métricas sore o triângulo retângulo. Um triângulo retângulo possui uma das características principais, onde um de seus ângulos internos tem a medida de 90°. O triângulo retângulo possui dois catetos e uma hipotenusa, sendo que a hipotenusa é o maior dos lados do triângulo retângulo, sendo oposto ao ângulo reto.</p> <p>ATIVIDADE: Deduzir relações métricas para um triângulo retângulo Cada aluno deve realizar as anotações em seu caderno e material. O triângulo retângulo pode ser visto na seguinte imagem:</p>  <p>Fonte: Os autores (2024).</p>

Definição dos catetos:

Para definir os catetos será pego o material da seguinte forma:

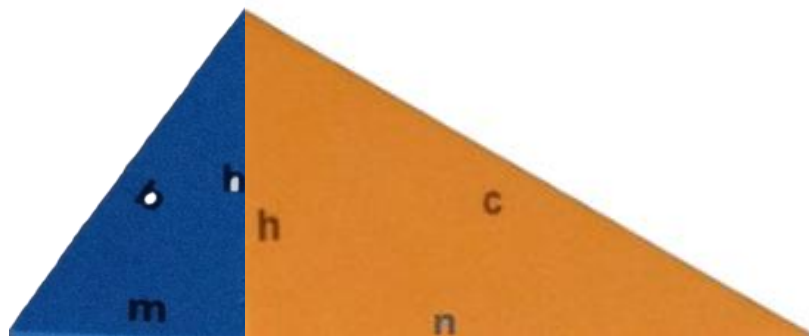


Fonte: Os autores (2024).

Onde a = hipotenusa, e b, c = catetos, e h = altura

A altura h , segue da perpendicular aos vértices, saindo do vértice A , deste modo h é uma nova reta, onde divide o triângulo em dois novos triângulos.

Assim com a formação de dois novos triângulos temos tres triângulos, o inicial ABC , e os novos, AHB e AHC . Onde todos são semelhantes.



Fonte: Os autores (2024).

A partir das imagens é possível analisar que $BH = m$ e $CH = n$, sendo que representam as projeções dos catetos sobre a hipotenusa.

Pela semelhança de triângulos obtemos as seguintes relações:

$$\frac{b}{h} = \frac{c}{n} = \frac{a}{c}$$

Assim temos que:

$$c^2 = an$$

$$ah = cb$$

E também as relações:

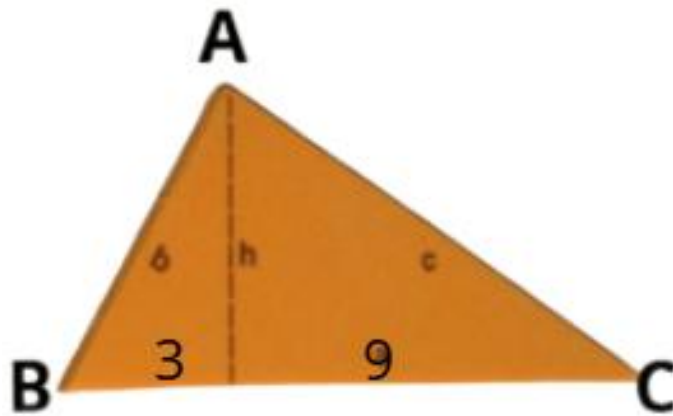
$$\frac{a}{b} = \frac{b}{m} \Rightarrow b^2 = am$$

$$\frac{h}{m} = \frac{n}{h} \Rightarrow h^2 = mn$$

E assim a mais conhecida relação métrica do triângulo retângulo, o teorema de Pitágoras

$$a^2 = b^2 + c^2$$

Para exercitar as relações estudadas vamos abordar um exemplo:
Encontre através das relações métricas o valor de b:




Fonte: Os autores (2024).

Referência

Não consta referência.

<p>Material didático</p>	 <p>Fonte: Os autores (2024).</p>
<p>Conteúdo</p>	<p>Volume</p>
<p>Público alvo</p>	<p>Ensino</p>
<p>Duração</p>	<p>3 horas</p>
<p>Metodologia</p>	<p>Inicialmente será abordado os conceitos relacionados a área, e volume. Com o conteúdo já estudado, os alunos com os sólidos em mãos, vão anotar as medidas das dimensões de cada sólido. Com as medidas realizadas, cada aluno deve realizar os cálculos do volume. Após a realização dos cálculos, com o auxílio de um recipiente com medidas de volume, encher o sólido de água, e em seguida colocando no recipiente com medidas, analisando qual é a capacidade deste sólido, comparando com os cálculos realizados pelos alunos.</p>
<p>Referência</p>	<p>Não consta referência.</p>

<p>Material didático</p>											
<p>Conteúdo</p>	<p>Progressão geométrica</p>										
<p>Público alvo</p>	<p>Ensino Médio</p>										
<p>Duração</p>	<p>1 hora</p>										
<p>Metodologia</p>	<p>O material do jogo consiste em uma base com três pinos fixados nela, além da base tem-se oito discos com diâmetros diferentes um do outro.</p> <p>A distância entre os pinos é aproximadamente o diâmetro do disco maior. Inicialmente os discos disponibilizados todos em um pino de forma crescente onde o maior está em contato com a base.</p> <p>O propósito deste jogo é fazer a transferência dos discos, para o outro pino, sendo que é possível transferir um disco de cada vez, lembrando que os discos podem ser apenas colocados de forma crescente, ou seja o menor diâmetro em cima do maior.</p> <p>O objetivo final é conseguir transferir todos os discos para um outro pino com o menor número de movimentos, deixando a torre da maneira inicial (em forma crescente).</p> <p>Cada aluno deve inicialmente ter o material, pois este jogo é feito na forma individual, se necessário revezar entre os colegas.</p> <p>Inicialmente todos os alunos devem iniciar o experimento com 3 discos, e analisar qual o número de movimento, em sequência, com 4 discos, fazendo até com 6 discos. Para isto, preencher a tabela a seguir:</p> <table border="1" data-bbox="735 1352 1177 1547"> <thead> <tr> <th>Número de discos</th> <th>Quantidade de movimentos</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>3</td> <td></td> </tr> <tr> <td>4</td> <td></td> </tr> <tr> <td>5</td> <td></td> </tr> <tr> <td>6</td> <td></td> </tr> </tbody> </table> <p>Qual é a quantidade mínima encontrada com cada número de discos diferentes? Qual a relação que podemos estabelecer entre todas as quantidades de discos? Relação entre o número de discos e a quantidade mínima de movimentos é</p> $2^n - 1$ <p>Desta forma, basta conferir se foram realizadas as quantidades mínimas de movimentos, e se o número de movimentos foi superior, fica como desafio realizar o processo novamente reduzindo o número de movimentos.</p>	Número de discos	Quantidade de movimentos	3		4		5		6	
Número de discos	Quantidade de movimentos										
3											
4											
5											
6											
<p>Referência</p>	<p>KOHUT, A; FRANCO, S. R; SCHIMITZ, R. M. A utilização do jogo torre de Hanói na aprendizagem de função exponencial e progressão geométrica. Encontro paranaense de educação matemática. 19 a 12 de outubro de 2019.</p>										

Fonte: Os autores (2024).

REALIZAÇÃO:

SEVEN
publicações acadêmicas

ACESSE NOSSO CATÁLOGO!



WWW.SEVENPUBLI.COM

CONECTANDO O **PESQUISADOR** E A **CIÊNCIA** EM UM SÓ CLIQUE.